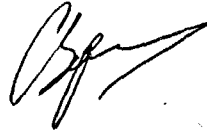


На правах рукописи



ЗОРИН Сергей Анатольевич

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАЗРУШЕНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ
ПЛАСТИН С УПРУГИМИ ЛИНЕЙНЫМИ ПОДКРЕПЛЕНИЯМИ
МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2007

17

Работа выполнена в
Новосибирском государственном техническом университете

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Максименко Вениамин Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
Колпаков Александр Георгиевич

доктор физико-математических наук,
Кургузов Владимир Дмитриевич

Ведущая организация: Сибирский государственный
университет путей сообщения,
г. Новосибирск

Защита состоится «22» октября 2007 г. в 13 часов на
заседании диссертационного совета Д 003.054.02
в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр-т академика Лаврентьева, 15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

Автореферат разослан « » сентября 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.т.н.



Леган М.А.

Актуальность проблемы. Материалы, используемые в практической деятельности, неоднородны по своей структуре и включают в себя множество дефектов типа трещин, пустот, инородных включений. Эти дефекты являются концентраторами напряжений и вблизи них, как правило, начинается разрушение. Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) тел с концентраторами напряжений такого рода является важной проблемой как с теоретической, так и с практической точки зрения.

В связи с бурным развитием технологии создания новых композиционных материалов, имеющих сложную структуру и обладающих рядом преимуществ перед традиционными сплавами, приобретают особую актуальность задачи по расчету НДС и параметров разрушения тел с упругими включениями. При построении методик расчета композиционных материалов возникает необходимость в изучении взаимодействия матрицы заполнителя и армирующих волокон, возможности разрыва или отслоения упругого волокна, взаиморасположения волокон и т. д. Задачи для тел с включениями возникают также при проектировании тонкостенных конструкций, в практике сварных и клеевых соединений, при подкреплении вырезов различной формы тонкими упругими кольцами. Поэтому разработка эффективных расчетных методов определения НДС сложных элементов конструкций из изотропных и анизотропных материалов — весьма актуальная проблема.

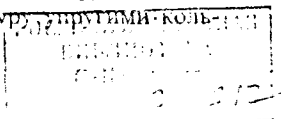
Обзор состояния проблемы и обоснование цели исследования.

Исследования НДС в упругих телах с трещинами составляют основу механики хрупкого разрушения. Существенный вклад в развитие этого направления внесли: Н.И. Мухелишвили, А.Ю. Ишлинский, Ю.Н. Работнов, Л.И. Седов, Р.А. Христианович. Важную роль сыграли работы А.Я. Александрова, Г.И. Баренблатта, В.В. Болотина, Р.В. Гольдштейна, F. Erdogan, G.R. Irwin, M. Isida, М.Я. Леонова, А.М. Линькова, В.Н. Максименко, Н.А. Махутова, В.И. Моссаковского, В.В. Панасюка, P.G. Paris, Г.Н. Савина, М.П. Саврука, G.C. Sih, Л.А. Фильштинского, Г.П. Черепанова и др.

Методам расчета пластин с непрерывно присоединенными ребрами жесткости (стрингерами), включениями, подкреплениями посвящены работы В.М. Александрова, Л.Т. Бережницкого, Э.И. Григолюка, А.И. Каландия, В.Н. Максименко, Г.Я. Попова, Г.Н. Савина, В.М. Толкачева, В.И. Тульчя.

Практически отсутствуют работы, посвященные анализу НДС анизотропных пластин с упругими включениями и трещинами. Большинство исследований ограничено изотропным материалом пластины. Представляется актуальным создание механико-математических моделей, расчетных методик оценки НДС анизотропных пластин с отверстиями, с тонкими упругими включениями и трещинами.

В машиностроении и в ряде других важных областей возникает необходимость уточненного расчета на прочность тонкостенных конструкций с отверстиями различной формы, подкрепленными по контуру упругими кольцами



цами и накладками. Такие задачи представляют большой интерес для практики. Обзор литературы показывает, что разработанные методики расчета подкрепленных отверстий основываются на методе конформного отображения, методе конечных элементов и некоторых других. Весьма точный и экономичный метод сингулярных интегральных уравнений (СИУ), как метод расчета задач с подкрепленными отверстиями практически не применялся. Поэтому представляется важным разработать с помощью аппарата СИУ методики расчета анизотропных пластин с вырезом, подкрепленным по контуру тонким упругим кольцом.

Целью работы является разработка на базе метода сингулярных интегральных уравнений методики расчетной оценки напряженно-деформированного состояния и параметров разрушения: 1) анизотропных пластин с эллиптическим отверстием, содержащих тонкие упругие включения и трещины; 2) анизотропных пластин с подкрепленным эллиптическим отверстием и трещинами, а также исследование влияния различных факторов (геометрических, жесткостных) на несущую способность анизотропных пластин с эллиптическим отверстием, упругими включениями и трещинами.

Научная новизна. Предлагается уточненная модель тонкого упругого включения, построенная из условий скачка напряжений и производных от перемещений при переходе через линию контакта и позволяющая учитывать изгибную жесткость включения. Предложенная модель упругого включения позволяет решать задачи упругости для анизотропных пластин, содержащих абсолютно жесткие включения и трещины.

Построены системы сингулярных интегральных уравнений, разработаны эффективные алгоритмы численного решения: 1) для задачи определения напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, содержащей тонкие упругие включения и трещины; 2) для задачи определения напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с подкрепленным эллиптическим отверстием и трещинами.

Достоверность полученных результатов подтверждается путем сопоставления с известными решениями, приведенными в литературе, а также с результатами специально проведенного эксперимента, выполненного с использованием метода фотоупругости.

Практическая значимость. Предложенные методики дают возможность проводить анализ НДС и параметров разрушения конструктивных элементов с отверстиями, тонкими упругими включениями и трещинами, выполненных из изотропных и анизотропных материалов.

Личное участие автора в получении научных результатов заключается в выводе разрешающих систем сингулярных интегральных уравнений и разработке и реализации эффективных алгоритмов численного решения задач плоской теории упругости анизотропных пластин с отверстиями, тонкими упругими включениями и трещинами.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались на III Всесоюзной конференции «Современные проблемы

строительной механики и прочности летательных аппаратов», (Казань, 1988), на Научно-технической конференции «Эксплуатационная и конструктивная прочность судовых конструкций», (Нижний Новгород, 1991), на Всероссийской конференции «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций», (Новосибирск, 2006), на Первом Международном Симпозиуме по Стратегическим Технологиям «IFOST 2006» (Ulsan, Republic of Korea, 2006).

Диссертационная работа обсуждалась на расширенном заседании кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета.

Публикации. Основные результаты работы изложены в 15 научных публикациях, в том числе в журналах из перечня ВАК для обязательного опубликования результатов диссертации.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключения, списка литературы. Объем диссертации составляет 115 страниц, включая 6 таблиц и 32 рисунка.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении проводится обоснование актуальности работы и ее научной новизны. Дан обзор работ по плоской задаче теории упругости анизотропных пластин с подкрепленным или свободным эллиптическим отверстием, с тонкими упругими включениями и трещинами. Поставлена цель исследования и изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава содержит некоторые основные соотношения математической теории упругости анизотропного тела; дается представление комплексных потенциалов С.Г. Лехницкого для решения плоской задачи теории упругости в случае многосвязной области.

Формулируется задача по определению напряженно-деформированного состояния бесконечной анизотропной пластины с тонким прямолинейным упругим включением.

Рассматривается бесконечная прямолинейно-анизотропная упругая пластина толщины h с прямолинейным тонким упругим включением длиной $2l$, шириной $2c$ и толщиной h (рис. 1). В пластине вводится прямолинейная система координат xOy с началом в центре включения, а ось Ox направлена вдоль включения. Индексами “+” и “-” обозначены граничные значения функций при $y \rightarrow +0$ и $y \rightarrow -0$ соответственно. Индекс “0” приписывается величинам, относящимся к включению. Пластина нагружена на бесконечно-сти равномерными усилиями σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ . Предполагается, что пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии, а на берегах включений реализуется идеальный механический контакт с материалом пластины.

Условия контакта включений и пластины имеют вид

$$(\sigma_y^{(0)} - i\tau_{xy}^{(0)})|_{y=\pm c} = (\sigma_y - i\tau_{xy})|_{y=\pm c},$$

$$(u'_{(0)} + iv'_{(0)})|_{y=\pm c} = (u' + iv')|_{y=\pm c} - i\omega_0, \quad (1)$$

где ω_0 – поворот включения как жесткого целого.

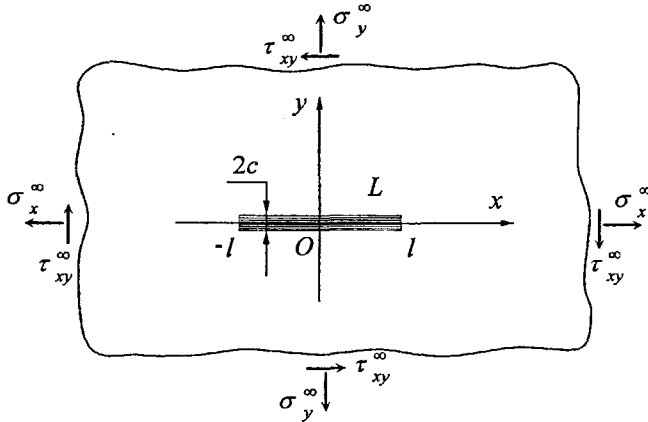


Рис. 1. Анизотропная пластина с прямолинейным тонким упругим включением

Включение рассматривается как ортотропная пластина с главными осями анизотропии направленными вдоль осей Ox, Oy . НДС упругого включения описывается двумя аналитическими функциями $\Phi_{\nu_0}(z_\nu)$ ($z_\nu = x + \mu_{\nu_0}y$).

Предполагается, что ширина включения намного меньше длины ($c \ll l$). С использованием разложения комплексных потенциалов $\Phi_{\nu_0}(z_\nu)$ в ряд Тейлора по степеням c в окрестности точки t действительной оси Ox , предельные значения напряжений и производных от смещений представимы в виде

$$(\sigma_y^{(0)\pm}, \tau_{xy}^{(0)\pm}) = 2\text{Re} \left\{ \sum_{\nu=1}^2 (1, -\mu_{\nu_0}) \Omega_{\nu_0}^\pm(z_\nu) \right\},$$

$$(u'_{(0)}^\pm, v'_{(0)}^\pm) = 2\text{Re} \left\{ \sum_{\nu=1}^2 (p_{\nu_0}, q_{\nu_0}) \Omega_{\nu_0}^\pm(z_\nu) \right\},$$

где $\Omega_{\nu_0}^\pm(z_\nu) = \Phi_{\nu_0}(t) \pm c\mu_{\nu_0} \Phi'_{\nu_0}(t)$, $t \in L$. Величины высших порядков мало-сти по сравнению с параметром c отбрасываются.

Комплексные потенциалы $\Phi_\nu(z_\nu)$, описывающие напряженно-деформированное состояние основной бесконечной анизотропной пластины разыскиваются в виде

$$\Phi_\nu(z_\nu) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_\nu(\tau) + \mu_\nu(\tau)}{\tau_\nu - z_\nu} d\tau_\nu + \Phi_\nu^* \quad (2)$$

Здесь комплексные постоянные Φ_ν^* определяются усилиями, приложенными к пластине на бесконечности, а $\omega_\nu(\tau), \mu_\nu(\tau)$ — неизвестные комплексные функции на L , связанные соотношениями:

$$\begin{aligned} A_0\mu_1(t) + B_0\overline{\mu_1(t)} + \mu_2(t) &= 0, \\ a_0\omega_1(t) + b_0\overline{\omega_1(t)} + \omega_2(t) &= 0, \quad t \in L. \end{aligned} \quad (3)$$

На берегах включения должны выполняться краевые условия:

$$\begin{aligned} a_0\Phi_1^\pm(t) + b_0\overline{\Phi_1^\pm(t)} + \Phi_2^\pm &= F^\pm(t), \\ A_0\Phi_1^\pm(t) + B_0\overline{\Phi_1^\pm(t)} + \Phi_2^\pm &= W^\pm(t), \quad t \in L. \end{aligned} \quad (4)$$

С использованием соотношений (2), (3) и формулы Сохоцкого-Племеля из краевых условий (4) получена система сингулярных интегральных уравнений (СИУ) задачи:

$$\int_L [K_{11}^*(t, \tau)\omega_1(\tau) + K_{12}^*(t, \tau)\overline{\omega_1(\tau)} + K_{13}^*(t, \tau)\mu_1(\tau) + K_{14}^*(t, \tau)\overline{\mu_1(\tau)}] ds = f_1^*(t), \quad (5)$$

$$X + \int_L [K_{21}^*(t, \tau)\mu_1(\tau) + K_{22}^*(t, \tau)\overline{\mu_1(\tau)} + K_{23}^*(t, \tau)\omega_1(\tau) + K_{24}^*(t, \tau)\overline{\omega_1(\tau)}] ds = f_2^*(t).$$

Из условий равновесия упругого включения и однозначности смещений при обходе вокруг L следуют дополнительные условия

$$\begin{aligned} \int_L \mu_1(\tau) ds &= 0, \quad \int_L \omega_1(\tau) ds = 0, \\ \operatorname{Re} \left\{ \int_L (\tau_1 - \tau_2 A_0(\tau) - \overline{\tau_2 B_0}) \mu_1(\tau) ds \right\} &= 0, \quad t \in L. \end{aligned} \quad (6)$$

Система СИУ (5) совместно с дополнительными условиями (6) даст решение поставленной задачи определения напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с тонким упругим прямолинейным включением.

После проведения параметризации контура L , полученная система СИУ сводится к каноническому виду. С учетом того, что функции плотности имеют в окрестности вершин включения известную асимптотику, строится алгоритм численной реализации разрешающей системы СИУ с помощью квадратурных формул Гаусса-Чебышева. Задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно

приближенных значений искоемых функций плотностей в чебышевских узлах.

С использованием асимптотических представлений для комплексных потенциалов $\Phi_\nu(z_\nu)$ вычисляются напряжения в окрестности вершин включения и коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) отрыва K_1 и поперечного сдвига K_2 , а также контактные касательные и нормальные напряжения на берегах включения.

На рис. 2 представлены примеры расчетов КИН в вершинах упругого включения при одноосном растяжении анизотропной пластины от величины параметра $u_0 = E_0/E_1$, (E_0 — модуль Юнга изотропного материала включения), $c/l = 0,01$. Рассматривались следующие материалы пластины:

- 1) изотропный материал ($E = 71$ ГПа, $\nu = 0,33$),
- 2) стеклопластик ($E_1 = 53,84$ ГПа, $E_1/E_2 = 3$, $G_{12} = 8,63$ ГПа, $\nu_1 = 0,25$),
- 3) боропластик ($E_1 = 276,1$ ГПа, $E_1/E_2 = 10$, $G_{12} = 10,35$ ГПа, $\nu_1 = 0,25$).

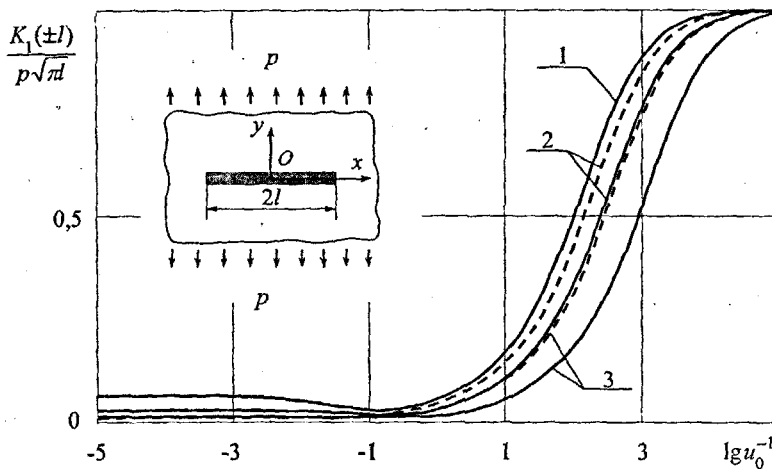


Рис. 2. Зависимости КИН в вершинах включения от величины параметра жесткости

Сплошные кривые на рис. 2 соответствуют углу анизотропии $\varphi = 0$, а пунктирные — $\varphi = \pi/2$. При $u_0 \rightarrow 0$ упругое включение вырождается в прямолинейный разрез вдоль линии $[-l, l]$. Как видно из рис. 2 $K_1(\pm l)/p\sqrt{\pi d} \rightarrow 1$ при $u_0 \rightarrow 0$ для всех трех материалов пластины, что соот-

ответствует аналитическому решению. При $u_0 \rightarrow \infty$ упругое включение становится абсолютно жестким прямолинейным включением.

В табл. 1 представлены результаты расчетов КИН $K_1(\pm l)/p\sqrt{\pi l}$ для различного числа узлов коллокаций N , $u_0 = 10^{-3}$, $\varphi = 0$. Как видно из табл. 1 уже при $N = 40$ относительная погрешность $K_1(\pm l)/p\sqrt{\pi l}$ (по сравнению с КИН, вычисленными при $N = 160$) не превышает 0,5 %.

Таблица 1

N	$K_1(\pm l)/p\sqrt{\pi l}$		
	$E_1/E_2 = 1$	$E_1/E_2 = 3$	$E_1/E_2 = 10$
10	0,876592	0,740784	0,493443
20	0,878516	0,744999	0,503224
40	0,878989	0,746028	0,505568
80	0,879107	0,746284	0,506145
160	0,879136	0,746348	0,506290

Во второй главе разрабатывается методика расчета НДС анизотропных пластин с системой тонких упругих включений.

В бесконечной прямолинейно-анизотропной пластине толщины h имеется M прямолинейных тонких упругих включений. Длина и ширина j -го включения обозначается через $2l_j$ и $2c_j$ соответственно. В пластине вводится общая прямолинейная система координат xOy . Для j -го включения вводится локальная система координат $x_{(j)}O_{(j)}y_{(j)}$, где $O_{(j)}$ — геометрический центр включения; ось $O_{(j)}x_{(j)}$ направлена вдоль j -го включения (рис. 3). Считается, что пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии, а на берегах включений осуществляется идеальный механический контакт с материалом пластины.

Условия контакта для каждого упругого включения имеют вид (1). Предполагается, что каждое включение тонкое по ширине, и для комплексных потенциалов, описывающих НДС включения, справедливо разложение в ряд Тейлора по малому параметру ширины включения.

Комплексные потенциалы $\Phi_\nu(z_\nu)$, описывающие НДС основной анизотропной пластины, разсыкаются в виде

$$\Phi_\nu(z_\nu) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_\nu(\tau) + \mu_\nu(\tau)}{\tau_\nu - z_\nu} d\tau_\nu + \Phi_\nu^*, \quad L = \bigcup_{j=1}^M L_j,$$

где комплексные постоянные Φ_v^* определяются через усилия, приложенные к пластине на бесконечности; $\omega_v(\tau), \mu_v(\tau)$ – неизвестные комплексные функции $(\omega_v(\tau), \mu_v(\tau)) = \{(\omega_{vj}(\tau), \mu_{vj}(\tau)) | \tau \in L_j \subset L\}$.

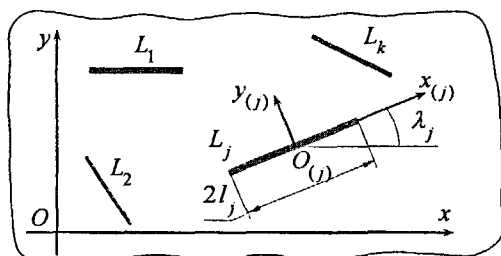


Рис. 3. Пластина с системой прямолинейных тонких упругих включений

С использованием метода сведения задачи к системе СИУ для одного включения, получена разрешающая система СИУ с дополнительными условиями для задачи определения НДС в анизотропной пластине с набором тонких упругих включений:

$$\int_L [\omega_1(\tau)K_{11}^*(t, \tau) + \overline{\omega_1(\tau)}K_{12}^*(t, \tau) + \mu_1(\tau)K_{13}^*(t, \tau) + \overline{\mu_1(\tau)}K_{14}^*(t, \tau)] ds = f_1^*$$

$$\int_L [\mu_1(\tau)K_{21}^*(t, \tau) + \overline{\mu_1(\tau)}K_{22}^*(t, \tau) + \omega_1(\tau)K_{23}^*(t, \tau) + \overline{\omega_1(\tau)}K_{24}^*(t, \tau)] ds + D^* = f_2^*$$

$$\int_L \mu_1(\tau) ds = 0, \quad \int_L \omega_1(\tau) ds = 0,$$

$$\operatorname{Re} \left\{ \int_L (\tau_1 - \tau_2 A - \overline{\tau_2 B}) \mu_1(\tau) ds \right\} = 0 \quad t \in L = \bigcup_{j=1}^M L_j.$$

На рис. 4 представлены результаты расчетов для пластины из стеклопластика (материал (2), $E_1/E_2 = 3$). В пластине имеется одно горизонтальное ($j = 1$) и два вертикальных ($j = 2, 3$) упругих включения равной длины $2l$ и ширины $2c$ ($c/l = 0,01$). Материал включений – изотропный. Кривые на рис. 4 иллюстрируют зависимость КИН $K_{1j}(\pm l)/p\sqrt{nl}$ в вершинах горизонтального включения от величины относительного расстояния Δ/l между включениями для различных значений параметра $u_1 = 10^{-8}; 0,01; 0,1; 10^8$ и постоянных значений параметров $u_2 = u_3 = 0,5$. Значение $u_1 = 10^{-8}$ соответствует прямолинейному разрезу, а значение $u_1 = 10^8$ – абсолютно жесткому включению. Расчеты проводились при $\varphi = 0$ (сплошные кривые) и $\varphi = \pi/2$ (пунктирные кривые) (φ – угол анизотропии материала пластины).

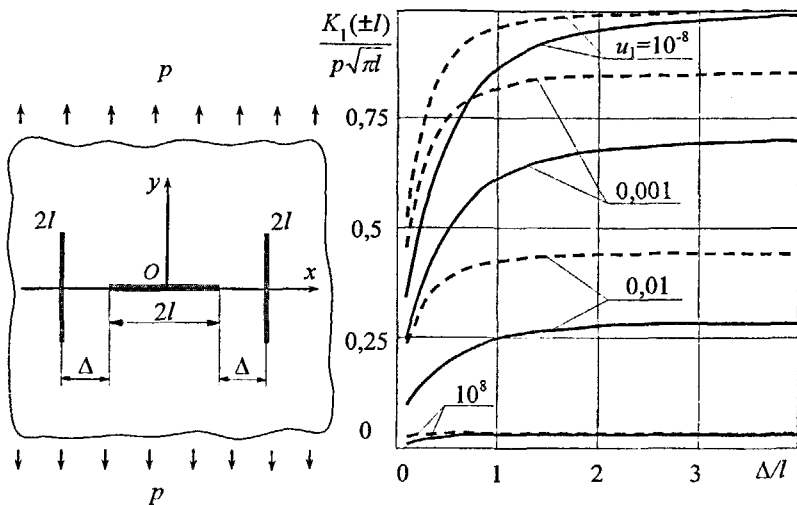


Рис. 4. Три упругих включения в пластине из стеклопластика при одноосном растяжении

Представленная методика решения задачи определения НДС анизотропной пластины с тонкими упругими включениями развивается для случая анизотропной пластины с эллиптическим отверстием (рис. 5).

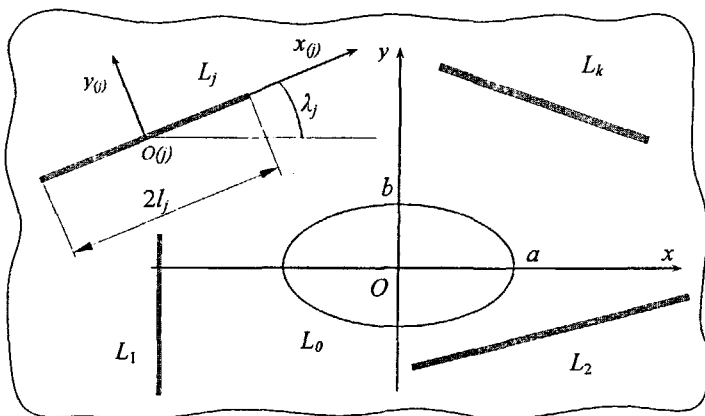


Рис. 5. Пластина с эллиптическим отверстием и системой прямолинейных упругих включений

Рассматривается бесконечная прямолинейно-анизотропную пластину толщины h с эллиптическим отверстием $L_0 = \{(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1\}$ и системой M прямолинейных тонких упругих включений (см. рис. 5). Длина и ширина j -го включения обозначается через $2l_j$ и $2c_j$ соответственно. Пластина нагружена усилиями $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ на бесконечности. Считается, что пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии, а на берегах включений осуществляется идеальный механический контакт с материалом пластины.

Ниже представлены результаты расчетов для пластины с круговым ($a=b$) отверстием $L_0 = \{(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1\}$ из изотропного материала ($E_1/E_2=1$). В пластине имеются два ($M=2$) прямолинейных упругих включения. На бесконечности пластина подвержена одноосному растяжению усилиями $\sigma_y^\infty = p$ (рис. 6).

На рис. 6 показано распределение тангенциальных напряжений σ_θ/p на контуре кругового отверстия при $\Delta_j/a=0,2$; $l_j/a=5,0$; $H_j^* = E_{0j}I_j/E_1a^3h = 0,02; 0,09; 0,4; 1,9$ (кривые 1–5 соответственно); $U_j^* = E_1ah/E_{0j}F_j = 0,05$ (E_{0j}, F_j, I_j – модуль Юнга, площадь и момент инерции поперечного сечения j -го включения соответственно ($j=1,2$)). Относительная изгибная жесткость включений H_j^* существенно влияет на распределение тангенциальных напряжений на контуре отверстия.

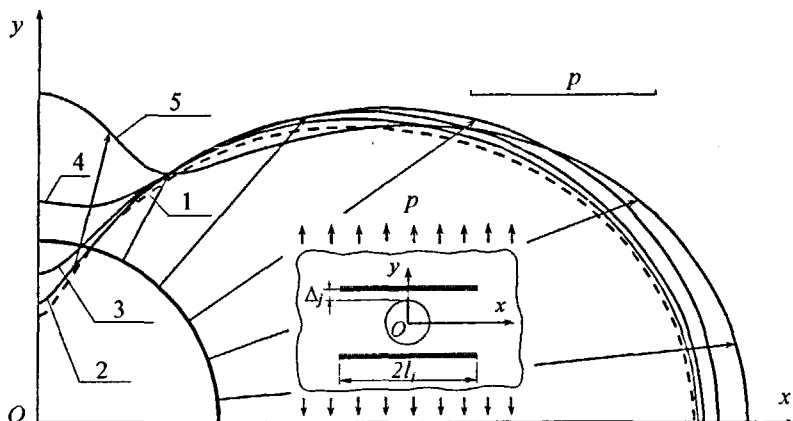


Рис. 6. Распределение тангенциальных напряжений σ_θ/p на контуре кругового отверстия при одноосном растяжении пластины

Проведено сравнение полученных результатов для пластины из изотропного материала в случае трех разрезов одинаковой длины ($U_j^* \rightarrow \infty$; $l_j/a=1,0$; $b=0$). В табл. 2 приведено сравнение результатов вычислений КИН $K_1/p\sqrt{\pi a}$ в вершинах разрезов L_j для различных значений параметра $2a/\Delta_j$ и $N_j=10$ ($j=1,2$) (N_j – количество точек разбиения контуров L_j) с данными М. Isida. Как видно из табл. 2 относительное расхождение не превышает 0,15 %.

Таблица 2

$2a/\Delta_j$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Данные М. Isida	0,99500	0,98198	0,96299	0,94010	0,91535	0,89080	0,86851	0,85052
Данные автора	0,99538	0,98231	0,96283	0,93959	0,91505	0,89113	0,86900	0,84922

В третьей главе решается задача определения НДС анизотропной плоскости, ослабленной трещинами и эллиптическим отверстием, подкрепленным замкнутым тонким кольцом переменной жесткости. Подкрепляющий элемент рассматривается как криволинейный стержень, упругое равновесие которого описывается уравнениями теории малых деформаций криволинейных стержней, а пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии.

Бесконечная прямолинейно-анизотропная пластина толщины h ослаблена эллиптическим отверстием $L_0 = \{(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1\}$ и системой гладких криволинейных разрезов L_j ($j = \overline{1, k}$). Контур L_0 отверстия подкреплен непрерывно присоединенным тонким упругим кольцом переменной жесткости (рис. 7). Пластина подвержена на бесконечности равномерному растяжению и сдвигу усилиями σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ , а берега разрезов ненагружены.

Считается, что пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии, а одна из главных осей инерции поперечного сечения кольца лежит в срединной плоскости xOy пластины.

Нормальные и касательные контактные усилия, возникающие вдоль контура L_0 обозначены через $p(t)$, $q(t)$, $t \in L_0$ (положительное направление для $p(t)$ ($q(t)$) – вдоль n (τ) (рис. 7). Решение о действии сосредоточенной силы в анизотропной бесконечной пластине с эллиптическим отверстием позволяет представить комплексные потенциалы в виде

$$\Phi_\nu(z_\nu) = \sum_{i=0}^3 \Phi_\nu^i(z_\nu).$$

Здесь функции $\Phi_\nu^0(z_\nu)$ – решение для бесконечной пластины, ослабленной

эллиптическим отверстием, свободным от внешних усилий и подверженной на бесконечности равномерному растяжению σ_x^∞ , σ_y^∞ и сдвигу τ_{xy}^∞ ;

$\Phi_v^1(z_v)$ ($\Phi_v^2(z_v)$) – решение для бесконечной пластины, ослабленной эллиптическим отверстием и нагруженной по контуру отверстия нормальными (касательными) усилиями $p(t)$ ($q(t)$); функции $\Phi_v^3(z_v)$ описывают возмущенное напряженное состояние, возникающее из-за наличия криволинейных разрывов.

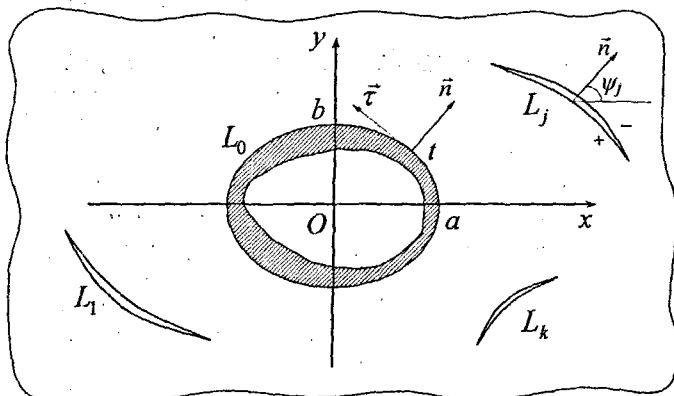


Рис. 7. Пластина с подкрепленным эллиптическим отверстием и системой криволинейных разрывов

Из условий совместности деформаций пластины и подкрепляющего кольца, а также граничных условий на контурах разрывов получена система СИУ задачи.

Система СИУ существенно упрощается, если изгибной жесткостью подкрепляющего кольца пренебречь и считать, что кольцо работает только на растяжение-сжатие. С использованием квадратурных формул Гаусса-Чебышева система СИУ сводится к СЛАУ относительно приближенных значений искомых функций $\Omega(\tau), \{\tau = \tau(\beta); -1 \leq \beta \leq 1, \tau \in L = \bigcup L_j\}$, $q(\tau), \{\tau = a \cos \theta + ib \sin \theta; 0 \leq \theta \leq 2\pi, \tau \in L_0\}$ в узлах $\beta_s = \cos((2s-1)\pi/2N)$, $\theta_m = (2m-1)\pi/2N$ ($s = \overline{1, N}; m = \overline{1, 2N}$) соответственно.

На рис. 8 показаны зависимости КИН отрыва $k_1 = K_1 / \sigma \sqrt{\pi l}$, где $K_1 = \lim_{x \rightarrow \Delta - l} \sigma_y(x) \sqrt{2\pi(\Delta - l - x)}$, в ближайшей к подкрепленному круговому отверстию вершине трещины от параметра $\eta = l / (\Delta - b)$, при $\Delta/b = 2$;

$U_0 = E_0 F_0 / E_1 b h = 0,2; 0,1; 0,05; 0$ (кривые 1 – 4 соответственно), $\varphi = 0; \pi / 2$ (сплошные и штриховые линии соответственно).

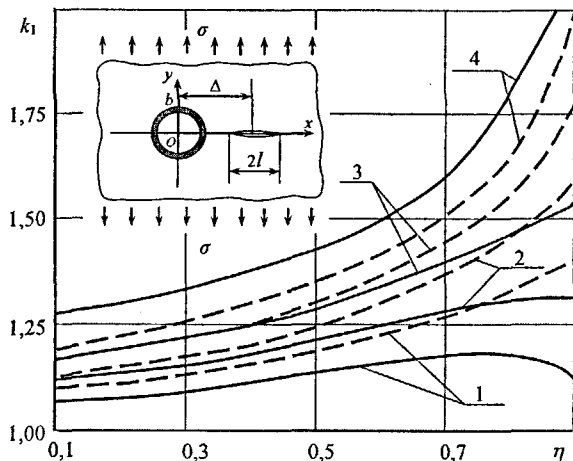


Рис. 8. Зависимости КИН в ближайшей к подкрепленному отверстию вершине трещины от параметра η

Для проверки достоверности разработанной расчетной методики были проведены с использованием метода фотоупругости экспериментальные исследования на прозрачных моделях из органического стекла СОЭ-2 и эпоксидного компаунда ЭД-16МА. Геометрия моделей представлена на рис. 9. Размеры пластин и подкрепляющих колец, а также механические характеристики материалов, из которых они изготовлены, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Номер образца	Пластина						Подкрепление				
	L , мм	B , мм	R , мм	h , мм	Материал	E , ГПа	$R_{кз}$, мм	$h_{кз}$, мм	$b_{кз}$, мм	Материал	
1	250	190	10,0	2,9	ЭД-16МА	3,0	10	3,0	1,0	Ст3	
2	250	192	10,5	5,1	СОЭ-2	2,8	10,5	7,5	2,0	Ст3	
3	250	198	10,2	2,0	ЭД-16МА	3,0	10,2	2,0	1,0	Д-16Т	

В табл. 4 приведены КИН, вычисленные по экспериментальным данным ($K_1^э$). Здесь же приведены поправочные КИН, полученные из экспериментальных ($k_1^э$) и расчетных данных ($k_1^р$).

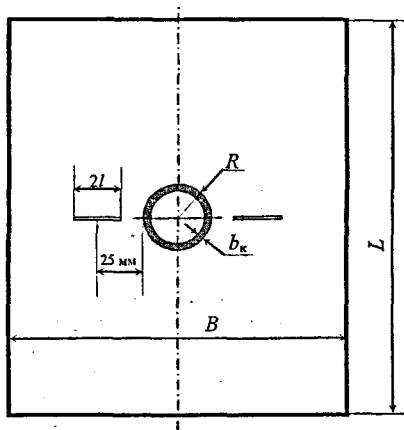


Рис. 9. Геометрические параметры образцов

Таблица 4

2l, мм	Образец								
	№ 1			№ 2			№ 3		
	K_1^3 , Н/мм ^{3/2}	k_1^3	k_1^P	K_1^3 , Н/мм ^{3/2}	k_1^3	k_1^P	K_1^3 , Н/мм ^{3/2}	k_1^3	k_1^P
10	11,4	1,06	0,99	6,2	1,02	0,98	15,6	1,04	1,0
15	13,7	1,04	0,98	7,6	1,02	0,98	19,2	1,05	1,0
20	16,2	1,06	0,98	8,7	1,01	0,97	22,4	1,06	1,0
25	16,3	0,96	0,95	8,1	0,84	0,94	24,1	1,02	1,0
27,5	15,7	0,88	0,88	7,3	0,73	0,89	26,3	1,05	0,98

Как видно из табл. 4, расхождение теоретических и экспериментальных величин в большинстве случаев не превышает 5%. Исключение составляет образец № 2 с трещиной вблизи отверстия (длина трещины от 20 до 27,5 мм). Здесь расхождение достигает 18%. Это, вероятно, объясняется тем, что в расчете не учитывалась изгибная жесткость кольца, а она в этом случае была наибольшей.

ВЫВОДЫ

Основные научные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Развита методика, позволяющая моделировать тонкое упругое включение в анизотропной пластине из условий скачка напряжений и производных от перемещений при переходе через линию контакта. Предложенная модель упругого включения позволяет решать задачи упругости для анизотропных пластин, содержащих абсолютно жесткие включения и трещины.

2. Построена система сингулярных интегральных уравнений и разработан эффективный алгоритм численного решения для задачи определения напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, содержащей тонкие упругие включения и трещины.

3. На основе метода СИУ разработан метод решения задачи теории упругости для прямолинейно-анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, подкрепленной по контуру тонким упругим кольцом переменной жесткости и ослабленной системой криволинейных разрезов.

4. Даны оценки влияния взаимного расположения упругих включений и трещин, жесткости упругих включений, анизотропии материала пластины на концентрацию напряжений и величину коэффициентов интенсивности напряжений.

5. Исследована эффективность подкрепления контура отверстия. Установлено, что соответствующим подбором жесткостных параметров подкрепляющего кольца можно добиться значительного понижения концентрации напряжений в пластине.

Основные положения диссертационной работы опубликованы в следующих работах:

1. Зорин С.А. Концентрация напряжения около подкрепленного отверстия в анизотропной пластине / С.А. Зорин, В.Н. Максименко // Вопросы прочности тонкостен. авиац. конструкций. – Казань: Изд-во КАИ, 1987. – С. 25-30.
2. Максименко В.Н. Развитие трещин около выреза в оребренной панели / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // III Всесоюз. конф. "Совр. пробл. строит. механ. и прочн. летат. аппаратов". – (Казань, 1988): Тез. докл. – Казань: КАИ, 1988. – С. 92.
3. Максименко В.Н. Торможение трещины вблизи окантованного выреза / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // Вопросы авиац. науки и техники, сер. Аэродинамика и прочность летательных аппаратов. – Новосибирск: СибНИА, 1988. – Вып. 1. – С. 82-96.
4. Зорин С.А. Расчет и экспериментальная оценка коэффициента интенсивности напряжений для трещины около окантованного отверстия в пластине / С.А. Зорин, Л.А. Краснов, В.Н. Максименко, В.П. Тырин // Напряжения и деформации в железнодорожных конструкциях. – Новосибирск: НИИЖТ, 1988. – С. 67-74.

5. Зорин С.А. Анизотропная пластина, ослабленная отверстием и трещинами / С.А. Зорин, В.Н. Максименко // Физико-химическая механика материалов. – 1988. – № 2. – С. 28-33.
6. Максименко В.Н. Расчет остаточной прочности и долговечности подкрепленных пластин из анизотропных и изотропных материалов методом интегральных уравнений / В.Н. Максименко, И.А. Загорский, С.А. Зорин, В.Н. Павшук, С.В. Плаксин, Ю.Н. Хан // Юбилейный сборник научных трудов СибНИА им. акад. С.А. Чаплыгина (Основные этапы научной деятельности: 1941-1991). Ч. 1. – Новосибирск: СибНИА, 1991. – С. 103-116.
7. Максименко В.Н. Приложение метода интегральных уравнений для анализа НДС анизотропных пластин с подкрепленными отверстиями / В.Н. Максименко, С.А. Зорин, А.В. Куроедов // НТК "Эксплуатационная и конструктивная прочность судовых конструкций". – (Ниžний Новгород, 1991): – Тез. докл. – Нижний Новгород: ННПИ, 1991. – С. 28.
8. Максименко В.Н. Напряженное состояние анизотропной пластины, ослабленной подкрепленным отверстием и системой трещин / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // Прикл. механ. (Киев). – 1993. – Т. 29, № 7. – С. 60-67.
9. Зорин С.А. Оценка прочности композитных пластин с повреждениями типа трещин около подкрепленных отверстий / С.А. Зорин, В.Н. Максименко // Вопросы авиац. науки и техники, сер. Аэродинамика и прочность летательных аппаратов. – Новосибирск: СибНИА, 1995. – Вып. 1. – С. 115-127.
10. Зорин С.А. Прогнозирование усталостной долговечности плоских шарнирных соединений / С.А. Зорин, В.Н. Максименко // Вопросы авиац. науки и техники, сер. Аэродинамика и прочность летательных аппаратов. – Новосибирск: СибНИА, 1995. – Вып. 1. – С. 145-152.
11. Максименко В.Н. Напряженное состояние анизотропной пластины с системой тонких упругих включений / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // Научный вестник НГТУ. – 2005. – № 3(21). – С. 113-120.
12. Зорин С.А. Расчет напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с подкрепленным отверстием и трещинами / С.А. Зорин // Сб. научн. трудов НГТУ. – 2005. – № 3(41). – С. 139-144.
13. Максименко В.Н. Предельное равновесие анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, тонкими упругими включениями и трещинами / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций: тез. докл. Всеросс. конф. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – С. 81.
14. Maksimenko V.N. Stress analysis of an anisotropic plate with embedded thin elastic inclusions / V.N. Maksimenko, S.A. Zorin // "IFOST 2006" The 1st International Forum on Strategic Technology. "e – Vehicle Technology": Univ. of Ulsan, Republic of Korea. – Ulsan, Oct. 18-20, 2006. – P. 167-169.
15. Максименко В.Н. Расчет напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины с эллиптическим отверстием и тонкими жесткими включениями / В.Н. Максименко, С.А. Зорин // Прикл. механика и техн. физика. – 2007. – Т. 48, № 4. – С. 173-180.

Подписано в печать 08.08.07 г. Формат 84х60х1/16
Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Печ. л. 1,0
Заказ № 141

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

2007A

17920

№ 17920