На правах рукописи

АВДЮШИН СЕРГЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО ПОДЖАТОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель –
кандидат физико-математических наук,
доцент В. И. Желтков

Тула 2000

Работа выполнена на кафедре «Математическое моделирование» Тульского государственного университета.

Научный руководитель — кандидат физико-математических наук, доцент Желтков В. И.

Официальные оппоненты — доктор технических наук, профессор Архипов И. К.

кандидат технических наук, с. н. с. Ширшов В. П.

Ведущая организация — ГУП ГНПП «Сплав» (г. Тула)

Защита диссертации состоится «29» декабря 2000 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета К063.47.03 в Тульском государственном университете по адресу: 300600, г. Тула, пр. Ленина, 92, (9 - 101).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Тульского государственного университета.

Автореферат разослан «28» ноября 2000 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к. ф.-м. наук., доцент — В. И. Желтков

2008-4
9145
2673574

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы.

В последние годы все более широкое распространение в конструкциях летательных аппаратов и в других отраслях промышленности находят композиционные материалы с полимерной и металлической матрицей. Они обладают рядом преимуществ перед традиционными конструкционными материалами, что обеспечило их быстрое внедрение, особенно в случаях комплексного использования их уникальных свойств – высокой удельной статической и ударной прочности в сочетании со светопропусканием, радиопрозрачностью, высокими электрическими характеристиками, немагнитностью, коррозионной стойкостью.

Композит представляет собой систему разных материалов, каждый из составляющих которой имеет свое конкретное назначение применительно к рассматриваемому готовому изделию. Совместная работа разнородных материалов дает эффект, равносильный созданию нового материала, свойства которого и количественно и качественно отличаются от свойств каждого из его составляющих.

Эффективность применения композитных многослойных конструкций в значительной степени определяется уровнем развития теории и методов расчета этих конструкций при действии статических и динамических нагрузок.

Учитывая достоинства таких материалов, целесообразно рассмотрение их применения в различных отраслях техники и в первую очередь в ракетостроении в силу того, что композиты позволяют снизить стартовую массу ракеты за счет высокой удельной прочности.

Цилиндрическая оболочка используется в качестве корпусов ракет, при этом она испытывает различные статические и динамические нагрузки. Так, при вертикальном старте корпус ракеты нагружен весом головной части, после запуска двигателя и выхода на режим, в силу нарастания силы тяги сжимающие силы увеличиваются в число раз, равное коэффициенту продольной перегрузки. Кроме того, быстрое возрастание силы тяги приводит к возникновению колебаний корпуса. Все это вызывает необходимость исследования задач динамики композитных оболочек.

В последние годы в конструкциях летательных аппаратов и в изделиях других отраслей промышленности широко используются композиционные материалы с полимерной матрицей, что приводит к необходимости учета свойств ползучести и релаксации материала. Наличие развитых свойств наследственной вязкоупругости приводит к интегро-дифференциальным разрешающим уравнениям, что существенно затрудняет определение

РОС. НАЦИОНАЛЬНАЯ
БИБЛИОТЕКА
С.Петербург
2008 РК

основных характеристик реакции конструкции. Вместе с тем, решение многих задач, к числу которых относятся и задачи расчета конструкций, выполненных из композитных материалов, где стыкуются объекты различной физической природы, затруднительно или вообще не может быть получено современными средствами, если пользоваться точными уравнениями каждого элемента в отдельности. В этих условиях необходимыми являются специальные методы, к числу которых следует отнести методы функционального анализа, позволяющие осуществить строгий переход от сложной системы к ее простой эквивалентной модели. Рациональная формулировка математических моделей, описывающих поведение вязкоупругих тел при динамическом нагружении во многом определяется как свойствами конструкционного материала, так и характером внешних воздействий. В соответствии с этим, при формулировке обобщенных математических моделей, описывающих поведение полимерного материала, становится необходимым учет геометрической нелинейности.

Цель работы.
Исследование влияния структуры многослойной цилиндрической оболочки и сжимающей продольной нагрузки на частоты и формы свободных колебаний с учетом вязкоупругих свойств материалов.

Научная новизна работы.
Состоит:
в разработке нового варианта представления состояний вязкоупругой многослойной цилиндрической оболочки через формы свободных колебаний упругой оболочки с учетом геометрической нелинейности и поперечных сдвигов;
в изучении зависимостей характеристик свободных колебаний от структуры оболочки и сжимающей нагрузки.

Практическая ценность работы.
Заключается в разработке комплексного программного комплекса анализа динамических характеристик цилиндрических оболочек с определением эффективных механических характеристик слоев по геометрическим и механическим характеристикам связующего и арматуры, в создании системы управления базой данных по свойствам композитов.

Апробация работы.

Основные положения и результаты диссертационной работы доложены на семинарах кафедры «Математическое моделирование» (1997...2000 гг.), а также на 12 Международной зимней школе по механике сплошных сред (Пермь, 1999 г.).

Публикации.

Основное содержание работы опубликовано в 4 печатных работах.

Структура работы.

Диссертация состоит из введения, 5 разделов, списка литературы из 118 наименований; содержит 122 стр. машинописного текста, 4 таблицы и 35 рисунков.

содержание работы

Введение.

Обосновывается важность и актуальность темы, приводится обширный обзор литературы по данной тематике, на основе которого формулируются цель и задачи исследования, освещаются подходы к расчету многослойных оболочек, кроме того, приводится краткий обзор диссертации, показано распределение материала по разделам.

Первый раздел.

На основе обзора литературы проводится анализ состояния исследований вопросов динамики многослойных оболочек. Также освещаются вопросы использования композиционных материалов в реальных конструкциях, включающие в себя общие представления о композитах и способах их армирования. Дается обзор геометрически нелинейных моделей оболочек с использованием возможных упрощений расчетной модели.

Исходя из того, что исследование системы нелинейных динамических уравнений оболочек представляет собой весьма сложную в математическом отношении задачу, т. к. общие методы решения нелинейных дифференциальных уравнений пока отсутствуют, целесообразно для приближенного решения указанных задач использовать различные аналитические и численные методы. Здесь же приводится анализ различных численных методов решения геометрически нелинейных задач теории оболочек.

Учитывая, что полимеры как конструкционные материалы обладают реологическими свойствами ползучести и релаксации, что обеспечивает сильные затухания свободных колебаний и волн в полимерах, приводится описание вязкоупругих оболочек и ряда предположений по их расчету. В основу решения задач деформирования полимерного материала положена теория наследственной вязкоупругости, основанная на принципе суперпозиции Больцмана, которая использует две гипотезы:

- упругие силы зависят не только от мгновенно полученных смещений, но и от предшествующих деформаций;
- влияние полученных в разное время деформаций складывается, т. е. объединяются путем непосредственного сложения.

Физические характеристики полимерных материалов, обладающих ползучестью описываются с помощью параметров, которые должны быть инвариантными для любых процессов нагружения в стационарном температурном поле. За такие параметры в наследственной теории принимаются упругие постоянные и параметры функции влияния $\Gamma(t)$ и $K(t)$.

За последнее время получила развитие механика композитных материалов – направление механики, возникшее в связи с потребностью в материалах, обладающих заранее прогнозируемым комплексом свойств, наилучшим образом отвечающих конкретным условиям эксплуатации. При этом широкое использование волокнистых и слоистых композитов требует не только уточнения традиционных методов расчета тонкостенных оболочек, но и необходимость учета новых факторов, определяющих несущую способность конструкций. Прослеживается единство между механикой материалов и механикой конструкций. Определяется оно тем, что создание композитного материала и создание конструкции осуществляются в едином технологическом процессе. Рассматриваются методы изготовления изделий из композитов и модели таких конструкций.

Для решения нелинейных задач теории оболочек применяются различные численные методы, реализуемые на ЭВМ. В связи с чем, существует ряд программных комплексов (отечественных и зарубежных)0 по расчету оболочек. Дан широкий обзор существующих программных комплексов по анализу состояний оболочечных конструкций.

В конце раздела приводятся выводы, согласно которым, для оболочек из композитных материалов наиболее полно разработаны проблемы расчета напряженно-деформированного состояния, прочности и оптимального проектирования при статических внешних нагрузках. Вместе с тем, мало работ учитывающих свойства наследственной вязкоупругости. В связи с чем, возрастает актуальность разработки проблем деформирования и прочности вязкоупругих оболочек из полимерных композитов при динамических воздействиях. Основная проблема - в создании эффективных математических моделей, которые не только обеспечивают выполнение заданных требований к информативности и точности исследований, но и одновременно являются экономичными, способствуя, в частности минимизации затрат машинного времени и памяти ЭВМ. А, учитывая, что большинство программных комплексов по расчету оболочек написано для компьютеров первого поколения, возникает необходимость создания программы по расчету упругих и вязкоупругих оболочек из композитных материалов, позволяющей эффективно работать с ней на современных компьютерах при минимальных навыках работы с ними.

Второй раздел.

Исходя из обзора литературы и анализа моделей, описывающих поведение оболочек вращения, данный раздел содержит формулировку основных положений метода решения динамических задач линейной вязкоупругости, позволяющего находить реакции тел на произвольные воздействия.

Рассматривая поведение вязкоупругих тел при динамическом нагружении, отмечается, что рациональная формулировка математической модели во многом определяется как свойствами конструкционного материала, так и характером внешних воздействий, а развитие средств линейной вязкоупругости имеет самостоятельную ценность так как, для многих материалов линейно-наследственная модель дает удовлетворительное описание динамического поведения. При учете нелинейности такие решения могут послужить хорошим начальным приближением. В зависимости от характера изменения внешних нагрузок во времени выделяются самостоятельные классы задач: свободные и вынужденные колебания, ударные воздействия и другие задачи. В то же время в постановке этих задач есть много общего; в связи с этим полезно строить такие методы решения, реализация которых не зависела бы от характера изменения во времени внешнего воздействия.

При выводе основных нелинейных уравнений теории композитных оболочек использованы гипотезы Тимошенко. Тензор обобщенной деформации представляется в виде суммы линейной и нелинейной составляющих:

$e = e_л + e_н$.

Нелинейная часть определяется квадратами и произведениями углов поворота нормали: θ_1 и θ_2:

$$
\begin{aligned}
&e_\alpha^л=\frac{1}{A_1}\frac{\partial u}{\partial\alpha};\quad e_\beta^л=\frac{1}{A_2}\frac{\partial v}{\partial\beta}+\frac{w}{R};\quad e_{\alpha\beta}^л=\frac{1}{A_1}\frac{\partial v}{\partial\alpha}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial u}{\partial\beta};\\
&\kappa_\alpha=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\theta_\alpha}{\partial\alpha};\quad \kappa_\beta=\frac{1}{A_2}\frac{\partial\theta_\beta}{\partial\beta};\quad \kappa_{\alpha\beta}=\frac{1}{A_1}\frac{\partial\theta_\beta}{\partial\alpha}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial\theta_\alpha}{\partial\beta};\\
&e_\alpha^н=\frac{1}{2}\theta_\alpha^2;\quad e_\beta^н=\frac{1}{2}\theta_\beta^2;\quad e_{\alpha\beta}^н=\theta_\alpha\theta_\beta;\\
&\theta_\alpha=\psi_\alpha+\omega_\alpha;\quad \theta_\beta=\psi_\beta+\omega_\alpha;\\
&\omega_\alpha=-\frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial\alpha};\quad \omega_\beta=\frac{v}{R}-\frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial\beta}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

При формулировке физических соотношений нелинейными составляющими пренебрегаем:

$$
\sigma(t)=E_0\cdot\cdot\varepsilon_л(t)-\int_0^t\overline{\Gamma}(t-\tau)\cdot\cdot\varepsilon_л(\tau)d\tau,
\tag{2}
$$

тем самым, подразумевая физически линейную задачу. Нелинейные слагаемые сохраняются только при варьировании кинематических характеристик деформации. Далее для сокращения записи используется матричная форма, в которой тензорам второго ранга соответствуют матрицы-столбцы, тензору четвертого ранга – квадратная матрица:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{e}_л=\left(e_{\alpha\alpha}^л;e_{\beta\beta}^л;e_{\alpha\beta}^л;\kappa_{\alpha\alpha};\kappa_{\beta\beta};\kappa_{\alpha\beta};\psi_\alpha;\psi_\beta\right)\\
&\mathbf{e}_н=\left(e_{\alpha\alpha}^н;e_{\beta\beta}^н;e_{\alpha\beta}^н;0;0;\ 0;0;0\right)\\
&\mathrm{N}=\left(N_{\alpha\alpha};N_{\beta\beta};N_{\alpha\beta};M_{\alpha\alpha};M_{\beta\beta};M_{\alpha\beta};\ Q_\alpha;Q_\beta\right)\\
&\mathbf{p}=\left(p_\alpha;p_\beta;p_\gamma;0;\ 0\right);\quad \mathrm{U}=\left(u;v;w;\theta_\alpha;\theta_\beta\right);
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Здесь $e_л$, $e_н$ – линейная и нелинейная части вектора обобщенной деформации, N – вектор обобщенных напряжений, составленный из мембранных сил, моментов и перерезывающих сил, p – вектор распределенных нагрузок, действующих на поверхности приведения, U – вектор перемещений произвольной точки поверхности приведения. Последняя может выбираться произвольно, в зависимости от структуры. В работе за таковую выбрана внутренняя поверхность оболочки. Моментными нагрузками от действующих массовых и поверхностных сил на поверхность приведения пренебрегаем, считая толщину малой по сравнению с радиусами кривизны.

Рассматривается вариационная постановка задачи динамики для наследственно-вязкоупругого тела, используя вариационный принцип Лагранжа, в который добавлены даламберовы силы инерции:

$$\int\limits_S \left[\delta e_л \cdot\cdot \left[c_0 \cdot\cdot e_л - \int\limits_0^t \Gamma(t-\tau) \cdot\cdot e_л(\tau)\, d\tau \right] + \delta e_н \cdot\cdot N + \rho \delta \overline{U} \cdot \ddot{U} \right] dS - \tag{4}$$
$$- \int\limits_S \delta \overline{U} \cdot \overline{P}\, dS = 0,$$

Система внешних сил считается известной. Примем, что

$$p(\alpha, \beta, \gamma, t) = p_0 \psi(t) \hat{p}(x, y, z), \tag{5}$$

где p_0 – размерный множитель – скаляр; $\psi(t)$ и компоненты вектора $\hat{p}$ - интегрируемые нормированные функции.

Если ввести вектор углов поворота, то выражению нелинейной части работы внутренних сил можно придать квазилинейную матричную форму:

$$\delta A_\varepsilon^н = \int\limits_S \delta U_\Theta^T [N(t, U)] U_\Theta dS \tag{6}$$

$$U_\Theta = (\theta_\alpha; \theta_\beta), \tag{7}$$
$$[N] = \begin{bmatrix} N_{\alpha\alpha} & N_{\alpha\beta} \\ N_{\beta\alpha} & N_{\beta\beta} \end{bmatrix}$$

На основе вариационной постановки задачи строится система характеристик тела, инвариантная по отношению к внешним нагрузкам.

Предполагается, что определены собственные формы h_n для задачи о колебаниях упругого тела, у которого распределения модулей упругости и плотности по объему такие же, как у исходного вязкоупругого тела

Решение вязкоупругой задачи представляется в виде разложения по модам – собственным формам линейно-упругой задачи:

$$U(\alpha, \beta, \gamma, t) = \sum_{n=1}^{N} a_n(t) h_n(\alpha, \beta, \gamma) = [H] a, \tag{8}$$

здесь [H] - матрица мод, a – вектор модальных амплитуд.

После подстановки выражения (8) в вариационное уравнение (4) получаем систему интегро-дифференциальных уравнений относительно модальных амплитуд $a(t)$:

$$\ddot{a} + \{[N_M(a, \dot{p}_0)] + [c]\} a - \int\limits_0^t [\Gamma(t-\tau)] a(\tau) d\tau = P \psi(t) \tag{9}$$

$$[c] = diag\, \omega_n^2;$$

$$\Gamma_{nm}(t-\tau) = \left[\int\limits_V def(\overline{h}_n) \cdot\cdot \Gamma(t-\tau) \cdot\cdot def(h_m) dV \right];$$

$$\overline{P} = p_0 \int_S [H] \cdot \hat{p}\, dS. \qquad (10)$$

где $def(\cdot)$ – тензор-оператор, реализующий формулы Коши.

Рассмотрим природу мембранных сил, образующих матрицу $[N_M]$. Первой составляющей являются силы, не изменяющиеся во времени, которые возникают, например, при вертикальном хранении ракет за счет веса всех отсеков, расположенных выше торца оболочки. При этом предполагается, что время хранения намного больше, чем время релаксации материала, так что изменением внутренних сил в оболочке можно пренебречь. Если рассмотреть ситуацию, возникающую в полете при работающем маршевом двигателе, то и ее можно привести к вышеописанной, если пренебречь поперечными ускорениями и считать тягу двигателя постоянной. Другая составляющая мембранных сил, переменная во времени, возникает за счет действия переменных внешних нагрузок, например, при изменении режима работы двигателя, при маневре ракеты, при транспортировке в горизонтальном положении. Предлагаемая модель способна учесть обе составляющие, однако вторая характерна для ракет с импульсной коррекцией траектории, которые менее распространены. Поэтому в рамках данной работы рассматривается только первый случай. Тогда в модальном уравнении матрица $[N_M]$ не будет зависеть от модальных коэффициентов и модальное интегральное уравнение становится линейным. Учитывая представление вектора нагрузок (5), (10), перепишем модальное уравнение в виде:

$$\ddot{a} + \{p_0[N_M] + [c]\}a - \int_0^t [\Gamma(t-\tau)]a(\tau)d\tau = P\psi(t) \qquad (11)$$

где матрица $[N_M]$ зависит только от распределения мембранных сил по поверхности приведения и является известной.

Нешение удобно искать с помощью интегрального преобразования Фурье или Лапласа. В изображениях по Фурье решение (10) имеет вид:

$$a^*(\omega) = [W^*(p_0, \omega)]P\psi^*(\omega) \qquad (12)$$

где ω – параметр преобразования,

$$\left[W^*\right] = \left(\left[c\right] + p_0[N_M] - \omega^2[I] - \left[\Gamma^*(\omega)\right]\right)^{-1} = [G(\omega)]^{-1} - \qquad (13)$$

изображение матрицы модальных передаточных функций, $[I]$ – единичная матрица. Из (11) видно, что реакция оболочки на известное динамическое воздействие определяется компонентами матрицы передаточных функций $[W^*]$. Следовательно, расчетной ситуацией является их максимальные значения. Записывая формулу определения компонент обратной матрицы

$$W^*_{nm}(p_0,\omega)=\frac{\det_{mn}[G^*(p_0,\omega)]}{\det[G^*(p_0,\omega)]} \tag{14}$$

нетрудно убедиться, что наибольшие значения достигаются при наименьших значениях главного определителя матрицы $[G^*]$, что приводит к характеристическому уравнению с двумя параметрами p_0 и ω:

$$\det([c]+p_0[N_M]-\omega^2[1]-[\Gamma^*(\omega)])=0, \tag{15}$$

Будем рассматривать (14) как уравнение относительно ω с параметром p_0; оно дает спектр резонансных частот оболочки для фиксированных значений продольной нагрузки. Таким образом, для определения спектра необходимо знать формы колебаний упругой оболочки и соответствующие им частоты.

В связи с тем, что для цилиндрической оболочки возможны различные, в том числе и неосесимметричные формы колебаний, для их определения используем метод конечных элементов.

В разделе приводится конечно-элементное представление задачи. На основе шестиузлового треугольного конечного элемента, отнесенного к криволинейным координатам α, β формулируется алгоритм решения упругой задачи на различные варианты внешнего воздействия. Нахождение решения проблемы собственных значений упругой задачи позволяет подготовить данные для расчета вязкоупругих конструкций.

Третий раздел.

Дисперсная структура пластиков дает возможность прогнозировать упругие свойства этих материалов по упругим свойствам их компонентов. Это дает возможность решения и обратной задачи – оптимизации упругих свойств компонентов по упругим свойствам композиции.

В этом разделе определяются упругие свойства армированных пластиков, при этом принимаются во внимание следующие условия:

- материал состоит из двух компонентов – волокон и связующего, отсутствуют поры в связующем, в волокнах и в контактном слое;
- компоненты однородные;
- волокна непрерывные, параллельные, прямые;
- волокна распределены равномерно и имеют одинаковое круглое сечение;
- между волокнами и связующим существует жесткое сцепление, т. е. отсутствует скольжение;

В качестве расчетной модели используется повторяющийся элемент двоякопериодической схемы распределения волокон в поперечном сечении армированного пластика (Рис. 2). Такими, например, являются схемы с прямоугольной и гексагональной укладкой волокон.

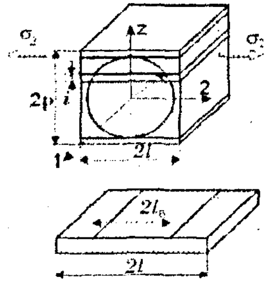

Рис.1 *Повторяющийся элемент модели однонаправленно-армированного пластика*

Для определения напряженно-деформированного состояния в общем случае необходимы пять независимых деформативных характеристик. В качестве таких технических деформативных характеристик целесообразно принять продольный и поперечный модули упругости, модуль продольного сдвига и коэффициенты Пуассона в плоскости армирования и в плоскости, поперечной направлению армирования.

Далее рассматриваются два типа пластиков: однонаправленно армированные и тканные, при этом зависимости, полученные для однонаправленно армированных пластиков являются основой для расчета тканевых.

Пластики, армированные тканями, представляют собой очень сложный класс композиционных материалов. Это объясняется тем, что из-за переплетения нитей жесткость и напряженное состояние тканевых

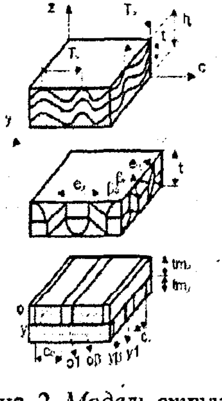

Рис. 2 *Модель структуры тканевого*

пластиков в пределах повторяющегося элемента структуры непрерывно меняются от сечения к сечению. Также в пределах любого сечения распределение напряжений имеет весьма сложный неоднородный характер. Определение напряжений в структурных элементах тканевого пластика с учетом переплетения нитей и ступенчатого характера разрушения материала является приближенным. Для исследования напряженно-деформированного состояния тканевого пластика используется расчетная модель его структуры, которая показана на рис. 3.

На этой схеме направления основы, утка и нормали к плоскости слоя обозначены соответственно через σ, y, z. Отдельный слой представляется как состоящий из двух условных монослоев основы и утка, которые обозначаются соответственно через o и y. Искривление нитей учитывается чередованием в условных монослоях наклонно и продольно армированных полос, которые на рис. 3 для монослоя основы обозначены через $o\beta$ и $o1$, а для монослоя утка – через $y\beta$ и $y1$. Таким образом, тканевый пластик представляется состоящим из двух однонаправленно армированных слоев, повернутых относительно друг друга на некоторый угол, определяемый в процессе проектирования материала.

Приводятся расчетные формулы, на основании которых определяются эффективные характеристики многослойного композита.

Четвертый раздел.

Рассматриваются основные проблемы автоматизации прочностных расчетов оболочечных конструкций. Программный комплекс, обеспечивающий расчеты на прочность и жесткость должен включать в себя набор проблемно-ориентированных программ, реализующих решение задач механики деформируемого твердого, в статической и динамической постановках. Исходя из схожести математических теорий, описывающих деформационные процессы оболочек и пластин, целесообразно рассматривать задачи динамики для композиционных оболочечных элементов и тонких композиционных пластин в рамках единого программного комплекса. Разрешающие уравнения записываются в форме, которая позволяет создать общую схему построения всех алгоритмов их решения. Эта схема для конкретных задач динамики оболочек и пластин лишь незначительно изменяется, оставаясь единой для всех алгоритмов, что позволяет создать единое математическое обеспечение для всего программного комплекса. Здесь же рассматривается структурная организация программы с описанием назначения каждого модуля, приводятся основные принципы построения пользовательского интерфейса программы и приводится руководство пользователя по работе с программным комплексом.

Пятый раздел.

Разработанная математическая модель применялась к решению конкретных задач расчетов цилиндрической композитной оболочки при статических и динамических нагрузках. На основе данных по эксплуатации ракет все расчеты были сведены к анализу типичных видов нагружения. В соответствии с выводами разд. 2 первой решалась задача об осевом сжатии оболочки продольной силой, распределенной по торцу, интенсивность которой принималась равной единице. Данный расчет определяет матрицу геометрической жесткости $[N_M]$, зависящей только от свойств оболочки, тем самым обеспечивая данные для дальнейших расчетов. Распределение продольных перемещений по длине образующей (Рис. 3) качественно подтверждает характер их распределения, известный из литературы.

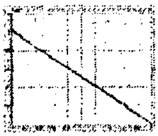

Рис. 3 Распределение продольных перемещений по длине оболочки.

Анализ собственных колебаний оболочки проводился для различных соотношений размеров, числа слоев, структуры материала. Прослеживались зависимости частот колебаний от параметра силы осевого поджатия.

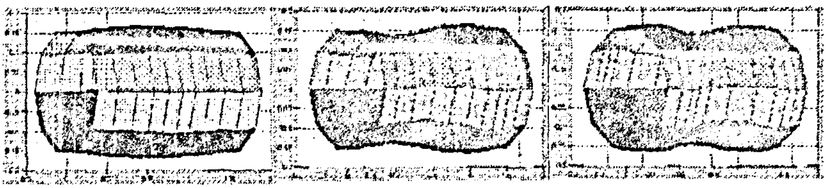

Рис. 4 *Формы движения оболочки.*

В таблицах 1..2 приведены значения частот свободных колебаний упругой оболочки от количества слоев конструкции, от соотношения линейных размеров оболочки. Параметр p_0 вычислялся из условия равенства осевой силы 100Н. В табл.3 приведены значения собственных частот для оболочек с разными удлинениями L/R=12.5 и L/R=3.12 с учетом (1 и 3 строки) и без учета (2 и 4 строки) действия продольной сжимающей силы. Анализ этих значений показывает, что наличие сжимающей силы приводит к уменьшению частот колебаний тела.

Таблица 1.

	ω1	ω2	ω3	ω4
1 слой	5.4142	58.644	78.853	89.262
10 слоев	12.538	121.45	149.59	175.82
20 слоев	19.739	147.32	209.34	241.73

Таблица 2.

L/R	ω1	ω2	ω3	ω4
12.5	3.6973	19.1872	35.2537	77.4579
4.7	14.7894	59.941	81.2681	87.9084
3.12	32.1756	100.378	125.894	179.473

Таблица 3.

	ω1	ω2	ω3	ω4
L/R=12.5	3.082	13.5975	31.2283	71.6460
	3.6373	19.1872	35.2537	77.4579
L/R=3.12	32.054	99.1506	124.706	177.866
	32.1756	100.378	125.894	178.473

Учет в разрешающем уравнении параметра нагружения позволяет проследить зависимость резонансных частот от значения продольной нагрузки и параметров ядра релаксации, которое определялось как осредненное для пакета и представлялось как экспоненциальное ядро:

$$\Gamma(t) = E \cdot A \cdot \beta \cdot e^{-\beta \cdot t}$$

При проведении расчетов выяснилось, что зависимость от времени релаксации универсальна для всех частот спектра в том смысле, что при одинаковых значениях отношения параметра β/ω_0 зависимости совпадают, поэтому далее приводятся графики изменения резонансных частот от безразмерной сжимающей нагрузки

$$p = \frac{p_0}{\rho l^2 h \omega_0^2}$$

и падения напряжения в опыте на релаксацию. Результаты расчетов показали, что при определенных значениях параметра p корни характеристического уравнения (14) становятся равными нулю. Это трактуется как невозможность колебательных движений по форме, соответствующей данному номеру частоты; колебания будут совершаться вокруг такой формы как около статического прогиба. При наименьшем значении p из спектра колебаний исключается первая форма, при втором – вторая и т.д. Значения сжимающей силы, при которых происходит срыв колебаний по определенной форме, можно называть критическими силами.

Для вязкоупругой оболочки с большими параметрами A увеличивается значение критической силы, причем основную роль в этом играет параметр β (или время релаксации пакета); при больших значениях β критическая сила увеличивалась. Это особенно заметно на графиках рис.8, на которых для A=0.9 критическая сила увеличивается практически вдвое по сравнению с ее значением для малых β (рис.5).

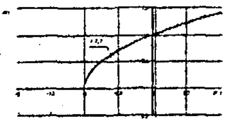

Рис. 5 β=0.01

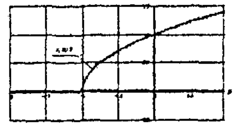

Рис. 6 β=0.1

Отсюда следуют рекомендации по конструированию цилиндрических отсеков ракет, а именно: для обеспечения наибольшей критической силы

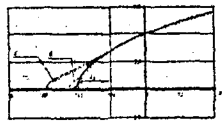

Рис. 7 β=10

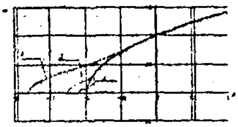

Рис. 8 β=20

рационально конструировать многослойный материал таким образом, чтобы значение времени релаксации пакета было бы как можно меньше по отношению к наименьшей ожидаемой частоте внешней динамической нагрузки; тогда резонанс на такой частоте исключается, что повышает надежность отсека.

Построены карты линий уровня для относительных частот свободных колебаний, относительных коэффициентов затухания и относительной амплитуды колебаний без учета продольной нагрузки.. Относительные величины определялись следующим образом:

$$\overline{\omega} = \frac{\mathrm{Re}(\tilde{\omega})}{\omega_0}; \; \overline{\delta} = \frac{\mathrm{Im}(\tilde{\omega})}{\omega_0}; \; \overline{a}_m = \omega_0 a_m,$$

где $\tilde{\omega}$ – корень характеристического уравнения, a_m обозначает амплитуду колебаний, черта сверху обозначает безразмерную величину. Зависимости универсальны по отношению к значению ω_0. Рис. 9. а) содержит зависимость безразмерной частоты, б) – безразмерного коэффициента затухания, в) – безразмерной амплитуды. Линии уровня строились на плоскости $A \sim \lg\dfrac{\beta}{\omega_0}$.

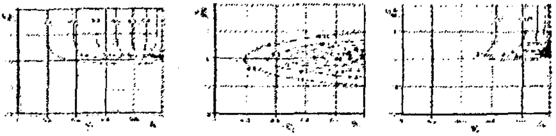

Рис 6. Зависимость частоты, коэффициента затухания и амплитуды от параметров ядра.

Построенные графики позволяют определить частоты колебаний, коэффициенты затухания и амплитуды колебаний вязкоупругого тела по соответствующему значению частоты колебания упругого тела при различных значениях параметров β и A. На всех этих графиках можно выделить области, внутри которых влияние параметров ядра не оказывает существенного значения на частоты, коэффициенты затухания и амплитуды колебаний рассматриваемого вязкоупругого тела.

Основные результаты и выводы

1. Сформулирована математическая модель многослойной вязкоупругой оболочки, учитывающая продольное сжатие. На основании анализа внешних воздействий на ракеты произведено ее упрощение, приводящее к линейному интегральному уравнению с параметром –: амплитудой продольной нагрузки.
2. На основании данной модели проведен анализ резонансного спектра цилиндрической оболочки и установлены закономерности влияния реономных свойств композита и продольной нагрузки на таковой. А именно, влияние параметров эффективного ядра релаксации композита выражается в повышении критических сил при увеличении разности между долговременным и мгновенным модулями при условии, что время релаксации достаточно мало по сравнению с периодом свободных колебаний сопряженного упругого тела. Установлено, что существует универсальная зависимость между резонансной частотой вязкоупругой оболочки и безразмерной сжимающей нагрузкой, параметром A ядра, отношением между периодом свободных колебаний сопряженного упругого тела и временем релаксации. Сформулированы рекомендации по конструированию композита, обеспечивающие перевод части форм колебаний в статический режим.

4. Рассчитаны резонансные частоты и формы колебаний цилиндрических оболочек при различных соотношениях размеров, числа слоев, а также с учетом и без учета продольной нагрузки.
5. На основе разработанной методики реализован программный комплекс по расчету многослойных цилиндрических оболочек. Создана база данных композитных материалов, позволяющая проводить расчеты оболочек на прочность и жесткость.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Авдюшин С. А., Милютин В. Е. Анализ динамики вязкоупругих тел. //В сб. "12 зимняя школа по механике сплошных сред (тезисы докладов)". - Пермь, 1999. - с. 23.
2. Авдюшин С. А. Динамика многослойных оболочек. / Сб. научн. трудов «Исследование в области теории, технологии и оборудования штамповочного производства».
3. Авдюшин С. А. Алгоритм анализа вязкоупругих композитных цилиндрических оболочек. / : Сб. научн. трудов Первой международной электронной научно-технической конференции. – Тула: ТулГУ, 2000. – с. 171.
4. Авдюшин С. А. Способ анализа поведения многослойных вязкоупругих оболочек при динамическом нагружении. / тезисы докладов конференции «Снежинск и наука». – Снежинск, 2000. – с. 17.

ЛР № 040905 от 22 июля 1998 г.

Подписано в печать 28.11.2000 г.
Уч.-изд. л. 1,25. Усл. печ. л. 1,16.
Формат бумаги 60x84/16. Бумага офс. Печать офсетная.
Тираж 80 экз. Заказ № 2678.

Отпечатано с оригинал-макета
в Государственном издательско-полиграфическом предприятии
«Тульский полиграфист».
300600, г. Тула, ул. Каминского, 33.

РНБ Русский фонд

2008-4
9145

Рос.
национальная
библиотека
в С.Петербурге

07 ДЕК 2000