На правах рукописи

Колесникова Ирина Анатольевна

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

01.01.01 - математический анализ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Москва - 2008

Работа выполнена на кафедре математического анализа и теории функций факультета физико-математических и естественных наук Российского университета дружбы народов

Научные руководители:
доктор физико-математических наук, академик РАО, профессор В.М. Филиппов
доктор физико-математических наук, профессор В.М. Савчин

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент РАН,
академик Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцев

доктор физико-математических наук, профессор А.Г. Ягола

Ведущая организация:
Московский государственный авиационный институт
(Государственный технический университет)

Защита диссертации состоится "03" июня 2008 года в 17ч. 00мин
на заседании диссертационного совета Д 212.203.27
в Российском университете дружбы народов
по адресу: 117923, Москва, ул. Орджоникидзе, 3, ауд. 495а

С диссертацией можно ознакомиться в Учебно-научном информационном библиотечном центре (Научной библиотеке) Российского университета дружбы народов
по адресу: 117419, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6.

Автореферат разослан "30" апреля 2008 г.
Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук, доцент Россовский Л.Е.

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию существования и построению решений обратных задач вариационного исчисления (ОЗВИ) для дифференциально-разностных операторов с частными производными.

Актуальность темы. В последние годы активно разрабатывается проблема получения экстремальных вариационных принципов для новых классов линейных несимметричных операторов и нелинейных непотенциальных операторов. Это требует построения полуограниченных функционалов - решений обратных задач вариационного исчисления и исследования соответствующих экстремальных вариационных задач.

Вариационный метод исследования дифференциальных уравнений с частными производными получил, начиная с работ Д. Гильберта, дальнейшее развитие и глубокое теоретическое обоснование в работах С.Л. Соболева, С.М. Никольского, Л.Д. Кудрявцева и других. Большое значение для распространения вариационных методов в приложениях имели работы М.М. Вайнберга, С.Г. Михлина. Однако разработанный прямой вариационный метод распространялся в основном только на линейные самосопряженные, положительные операторы или на нелинейные потенциальные операторы.

В работах А.Е. Мартынюка, В.В. Петришина, В.М. Шалова, В.М. Филиппова, Э. Тонти, В.М. Савчина и др. были предложены некоторые общие подходы построения и исследования экстремальных вариационных задач для непотенциальных операторов.

В плане дифференциально-разностных операторов ОЗВИ почти не рассматривались, хотя прямые задачи вариационного исчисления ставились еще Л.Э. Эльсгольцем, и получили дальнейшее развитие в работах Г.А. Каменского, А.Л. Скубачевского и др. В этом плане весьма актуальными являются вопросы решения ОЗВИ для дифференциально-разностных операторов с частными производными.

Как известно, решение краевых задач для дифференциально-разностных уравнений представляет значительные трудности. Это связано с тем, что они имеют свои особенности.

Объектом исследования являются обратные задачи вариационного исчисления для дифференциально-разностных операторов с частными производными.

Цель работы состоит в разработке методов построения решений ОЗВИ - вариационных принципов - для различных классов дифференциально-разностных операторов с частными производными; получении условий потенциальности для дифференциально-разностных операторов с частными производными относительно различных билинейных форм; разработке алгоритмов построения симметрий дифференциально-разностных уравнений с частными производными.

Методы исследования. В работе используются современные методы решения обратных задач вариационного исчисления, методы нелинейного функционального анализа и теории дифференциальных операторов с частными производными.

Научная новизна. В диссертационной работе получен ряд новых результатов. Выделим некоторые из них:

1. Получена достаточно общая классификация линейных дифференциальных операторов с частными производными второго порядка, допускающих решения ОЗВИ в различных постановках.

2. Установлено несуществование вариационного множителя достаточно общего вида для заданного класса ультрапараболических операторов.

3. Даны конструктивные решения обобщенных ОЗВИ для непараболических дифференциальных операторов с частными производными второго порядка с переменными коэффициентами.

4. Получены необходимые и достаточные условия потенциальности заданных нелинейных дифференциально-разностных операторов с частными производными относительно классической билинейной формы и билинейной формы со сверткой.

5. Получена система дифференциальных уравнений с частными производными для нахождения вариационных множителей.

6. На дифференциально-разностные уравнения с частными производными распространен метод построения симметрий, основанный на операторе рекурсии.

7. Найдены условия, при выполнении которых система дифференциально-разностных уравнений 2-го порядка допускает группу симметрий.

8. Установлена взаимосвязь дивергентных симметрий функционалов – потенциалов дифференциально-разностных уравнений с частными производными – с первыми интегралами.

Теоретическая и практическая ценность работы. Диссертация носит теоретический характер. Вместе с тем ряд установленных фактов и их следствий представляют определенный интерес для приложений. Результаты диссертации могут быть использованы для изучения потенциальных и непотенциальных взаимодействий различной физической природы, описываемых дифференциальными и дифференциально-разностными операторами с частными производными.

Обоснованность научных положений. Теоретические положения и выводы диссертации сформулированы в виде теорем и строго доказаны.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных конференциях по проблемам математики, информатики, физики и химии, ежегодно проводимой в Российском университете дружбы народов (1996 - 2008 г.г.); на научном семинаре по вариационным принципам и методам в математике и естествознании кафедры математического анализа факультета физико-математических и естественных наук Российского университета дружбы народов под руководством профессоров В.М. Филиппова и В.М. Савчина (1998 - 2001 г.г.); на научном семинаре по теории устойчивости и качественной теории динамических процессов Российского государственного открытого технического университета путей сообщения под руководством профессора А.А. Шестакова (2001 г.); на научном семинаре кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа Российского университета дружбы народов по теории дифференциальных уравнений под руководством профессора М.Ф. Сухинина (2002 г.); на научном семинаре кафедры дифференциальных уравнений Московского авиационного института (ГТУ) по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям под руководством профессоров Г.А. Каменского и А.Л. Скубачевского (2002 г.); на научном семинаре кафедры дифференциальных уравнений Российского университета дружбы народов по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям под руководством профессора А.Л.Скубачевского (2006 г.); на научном семинаре "Обратные задачи математической физики" под руководством профессоров А.Б. Бакушинского, А.В. Тихонравова и А.Г. Яголы (2007 г.); на объединенном научном семинаре по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям кафедры дифференциальных уравнений и математической физики Российского университета дружбы народов под руководством профессора А.Л. Скубачевского и по функциональному анализу кафедры математического анализа и теории функций Российского университета дружбы народов под руководством профессора В.Д. Степанова (2008 г.).

Публикации. Основные результаты опубликованы в работах [1]-[16].

Личный вклад автора в проведенное исследование. В диссертацию включены только те результаты, которые получены лично диссертантом. В совместно опубликованных работах В.М. Филиппову и В.М. Савчину принадлежат постановки задач, другим соавторам - решения ряда технических вопросов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения и трех глав. В конце диссертации приводится список литературы из 109 наименований. Диссертация изложена на 124 страницах.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ДИССЕРТАЦИИ. Во **введении** кратко излагается история рассматриваемого вопроса и современное состояние проблем, исследуемых в диссертации. Приводится обоснование актуальности темы, формулируются цели и задачи диссертационной работы и дается краткое содержание работы.

В главе 1 исследуется существование решений обратных задач вариационного исчисления для одного достаточно общего класса дифференциальных операторов с частными производными. Доказано, что для некоторых непотенциальных дифференциальных операторов второго порядка существуют вариационные множители и получены формулы для их построения.

В параграфе 1.1 рассматриваются основные современные постановки ОЗВИ и изложены необходимые сведения из функционального анализа и теории дифференциальных операторов с частными производными.

Пусть задан оператор N уравнения

$$N(u) = v, \qquad u \in D(N) \subseteq U, v \in R(N) \subseteq V, \tag{1.1}$$

где U, V - линейные нормированные пространства над полем действительных чисел $\mathbb{R}$, $D(N)$ - область определения, а $R(N)$ - область значений оператора N .

Предположим, что на $V \times U$ определена невырожденная билинейная форма

$$< \cdot, \cdot >: V \times U \to R. \tag{1.2}$$

Определение 1. Если для некоторого элемента $u \in D(N)$ и для $h \in U$ существует

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{N(u + \varepsilon h) - N(u)}{\varepsilon} = \delta N(u, h),$$

который является линейным выражением по h , $\delta N(u, h) = N'_u h$, то линейный оператор N'_u называется производной Гато оператора N в точке u.

Определение 2. Оператор $N : D(N) \subseteq U \to V$ называется *потенциальным* на множестве $D(N)$ относительно билинейной формы (1.2), если существует дифференцируемый по Гато функционал $F_N[u] : D(F_N) = D(N) \to \mathbb{R}$ такой, что

$$\delta F_N[u, h] = < N(u), h > \qquad \forall u \in D(N), \forall h \in D(N'_u).$$

При этом функционал $F_N[u]$ называется потенциалом оператора N (1.1).

В параграфе 1.2 представлен алгоритм построения вариационного множителя для заданного непотенциального дифференциального оператора с частными производными второго порядка с переменными коэффициентами.

В параграфе 1.3 рассматривается вопрос существования вариационных множителей для дифференциальных операторов с частными производными второго порядка ультрапараболического типа.

Теорема 1.1. Для ультрапараболического оператора

$$N(u) = \sum_{i=1}^{m} a^{ii}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} + \sum_{i=m+1}^{n} b^i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i} + \lambda u,$$

являющегося непотенциальным на $D(N) = C^2(\Omega) \cap \overset{\circ}{C}(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ относительно классической билинейной формы

$$< v, g > = \int_{\Omega} v(x)g(x)dx,$$

не существует вариационного множителя вида $M = M(x, u, u_1', ...u_n')$.

В параграфе 1.4 рассматриваются конструктивные решения обобщенных ОЗВИ для непараболических дифференциальных операторов с частными производными второго порядка.

Теорема 1.2. Если

$$A(x) = \begin{vmatrix} 2a^{11} & a^{12} & a^{13} & ... & a^{1n} \\ a^{21} & 2a^{22} & a^{23} & ... & a^{2n} \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \\ a^{n1} & a^{n2} & a^{n3} & ... & 2a^{nn} \end{vmatrix} \neq 0,$$

то непотенциальный оператор

$$N(u) = \sum_{i,j=1}^{n} a^{ij}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} b^i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i} + \lambda u,$$

с областью определения $D(N) = C^2(\Omega) \cap \overset{\circ}{C}(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ допускает вариационный множитель вида

$$M = exp\left\{\sum_{i=1}^{n} \int \frac{\Psi_i(x)}{A(x)} dx_i\right\},$$

где

$$\Psi_i(x) = \begin{vmatrix} 2a^{11} & a^{12} & \dots & a^{1i-1} & \phi_1(x) & a^{1i+1} & \dots & a^{1n} \\ a^{21} & 2a^{22} & \dots & a^{2i-1} & \phi_2(x) & a^{2i+1} & \dots & a^{2n} \\ & & & \dots & \dots & \dots & & \\ a^{n1} & a^{n2} & \dots & a^{ni-1} & \phi_n(x) & a^{ni+1} & \dots & 2a^{nn} \end{vmatrix},$$

$$\phi_i(x) = 2b^i(x) - \frac{\partial a^{ii(x)}}{\partial x_i} - \sum_{\substack{k\neq j \\ j=\overline{1,n}}} \frac{\partial a^{jk}(x)}{\partial x_j}, \ k = \overline{1,n}.$$

Глава 2 посвящена исследованию задачи существования вариационных принципов – решений ОЗВИ – для дифференциально-разностных операторов с частными производными. Получены необходимые и достаточные условия потенциальности для заданных нелинейных дифференциально-разностных операторов с частными производными. Получена переопределенная система дифференциально-разностных уравнений с частными производными для нахождения вариационного множителя.

В параграфе 2.1 приведены необходимые определения для дальнейшего изложения, а также дан критерий потенциальности операторов.

В параграфе 2.2 исследованы на потенциальность дифференциально-разностные операторы простейших задач с частными производными.

В параграфе 2.3 исследована задача о существовании вариационных принципов для заданных краевых задач для дифференциально-разностных операторов с частными производными второго порядка. Получены необходимые и достаточные условия потенциальности типа Гельмгольца для весьма общего нелинейного дифференциально-разностного оператора с частными производными относительно классической билинейной формы, а также относительно билинейной формы со сверткой. Они являются удобными для проверки заданного оператора на потенциальность и служат основой для нахождения вариационного множителя – как решения, в общем случае, переопределенной системы уравнений с частными производными.

Решается задача существования вариационных принципов – решений ОЗВИ – для заданных краевых задач для дифференциально-разностных операторов с частными производными вида

$$N(u) \equiv f(x, u_\alpha^{(k)}(x, t+\lambda\tau)) = 0, \qquad (x,t) \in Q = \Omega \times (t_0, t_1), \qquad (2.2)$$

где Ω - ограниченная область в $\mathbb{R}^m$ с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$;

$k = \overline{0,l}$; $\lambda = -1,0,1$; $\tau > 0$; $\alpha = (\alpha_1,...,\alpha_m)$, $|\alpha| = \sum_{i=1}^{m}\alpha_i$, $|\alpha| = \overline{0,s}$, $t_1 - t_0 > 2\tau$; $u_\alpha^{(k)} = \frac{\partial^k \partial_\alpha u}{\partial t^k}$; $\partial_\alpha = \frac{\partial^{|\alpha|}}{(\partial x_1)^{\alpha_1}...(\partial x_m)^{\alpha_m}}$; u - неизвестная функция.

Область определения оператора N задается равенством

$$D(N) = \left\{ u \in U = C_{x,t}^{s,l}(\overline{Q_\tau}) : \right.$$

$$\frac{\partial^k u}{\partial t^k} = \varphi_{1k}(x,t), \qquad (x,t) \in E_1 = \overline{\Omega} \times [t_0 - \tau, t_0]; k = \overline{0,l_0},$$

$$\frac{\partial^k u}{\partial t^k} = \varphi_{2k}(x,t), \qquad (x,t) \in E_2 = \overline{\Omega} \times [t_1, t_1 + \tau]; k = \overline{0,l_0},$$

$$\left. \left. \frac{\partial^\nu u}{\partial n_x^\nu}\right|_{\Gamma_\tau} = \psi_\nu(x,t), \qquad \nu = \overline{0,s_0} \right\}, \tag{2.3}$$

$\Gamma_\tau = \partial\Omega \times [t_0 - \tau, t_1 + \tau]$, $Q_\tau = \Omega \times (t_0 - \tau, t_1 + \tau)$.

Здесь $\varphi_{10}, \varphi_{20}, \psi_\nu$ - заданные достаточно гладкие функии, $\varphi_{jk} = \frac{\partial^k \varphi_{j0}}{\partial t^k}$ $(j = 1,2;\ k = \overline{0,l_0})$. Числа l_0, s_0 зависят соответственно от l, s. Если $l, s-$ четны, то $l_0 = \frac{l}{2} - 1, s_0 = \frac{s}{2} - 1$. При нечетном l, s полагаем $l_0 = \frac{l+1}{2} - 1, s_0 = \frac{s+1}{2} - 1$.

Теорема 2.1. Для потенциальности оператора (2.2) на множестве (2.3) относительно билинейной формы

$$< v, g > = \int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} f(x,t) g(x,t) dx dt, \tag{2.4}$$

необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$\sum_{k=0}^{l} \sum_{|\alpha|=0}^{s} (-1)^{|\alpha|+k+\nu} C_k^\nu \binom{\alpha}{\beta} D_t^{k-\nu} D_{\alpha-\beta} \left(\frac{\partial f}{\partial u_\alpha^{(k)}(x, t+\lambda\tau)} \right)\Bigg|_{t\to t-\lambda\tau} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial u_\beta^{(\nu)}(x, t+\lambda\tau)}, \tag{2.5}$$

$$\forall u \in D(N), \quad \forall (x,t) \in Q = \Omega \times (t_0, t_1), \quad \lambda = -1,0,1,\ \nu = \overline{0,l},\ |\beta| = \overline{0,s},$$

где $g(x,t)|_{t\to t-\tau} = g(x, t-\tau)$.

Теорема 2.2. Для потенциальности оператора (2.2) на множестве (2.3) относительно билинейной формы

$$< v, g > = \int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} v(x,t) B g(x,t) dx dt,$$

где $Bg(x,t) = g(x, t_1 - t)$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$\sum_{k=0}^{l}\sum_{|\alpha|=0}^{s}(-1)^{|\alpha|+k+\nu}C_k^\nu\binom{\alpha}{\beta}BD_t^{k-\nu}D_{\alpha-\beta}\left(\frac{\partial f}{\partial u_\alpha^{(k)}(x,t+\lambda\tau)}\right)\Bigg|_{t\to t-\lambda\tau} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial u_\beta^{(\nu)}(x,t+\lambda\tau)}$$

$$\forall(x,t)\in Q = \Omega\times(t_0,t_1), \quad \lambda = -1,0,1, \quad \forall u\in D(N),\ \nu = \overline{0,l}, |\beta| = \overline{0,s}.$$

Отметим, что, в частности, из (2.5) следуют известные условия потенциальности дифференциальных операторов с частными производными.

В параграфе 2.4 дана одна классификация дифференциально-разностных операторов, основанная на классическом анализе сил.

В **Главе 3** на дифференциально-разностные уравнения с частными производными распространен метод построения симметрий, основанный на операторе рекурсии. Найдены условия, при выполнении которых система дифференциально-разностных уравнений 2-го порядка допускает группу симметрий.

В параграфе 3.1 исследован вопрос о существовании операторов рекурсии и нахождении группы симметрий для ряда дифференциально-разностных уравнений с частными производными. Доказана теорема об операторе рекурсии. Получены необходимые и достаточные условия, при которых система дифференциально-разностных уравнений с частными производными второго порядка допускает группу симметрий.

Рассматривается операторное уравнение

$$N(u) = 0, \qquad u\in D(N)\subseteq U, \tag{3.1}$$

где u-неизвестная функция, $D(N)$ - область определения оператора $N : D(N) \subseteq U \to V$, U, V - действительные линейные нормированные пространства.

Пусть u_0 - решение (3.1), т.е. $N(u_0) = 0$.

Рассмотрим оператор G, действующий на U.

Определение 3. Преобразование

$$\bar{u} = u_0 + \epsilon G(u_0) \tag{3.2}$$

называется симметрией уравнения (3.1), если для любого достаточно малого ϵ и любого решения u_0 этого уравнения элемент $\bar{u}$ вида (3.2) также является решением этого уравнения, при этом G называется генератором симметрии.

Определение 4. (П. Олвер) Если существует линейный оператор $\Re$ такой, что для любого генератора симметрии G оператор $\Re G$ также является генератором симметрии уравнения (3.1), то $\Re$ называется *оператором рекурсии.*

Известно, что если существуют линейные операторы $\Re$ и $\tilde{\Re}$ такие, что

$$N_u'\Re = \tilde{\Re} N_u' \tag{3.3}$$

для всех решений заданного уравнения (3.1), то $\Re$ - его оператор рекурсии.

Проиллюстрировано нахождение оператора рекурсии для заданного дифференциально-разностного оператора с частными производными.

Теорема 3.1. Если для уравнения (3.1) операторы $\Re_1$, $\Re_2$ являются операторами рекурсии, удовлетворяющими (3.3), то оператор $\bar{\Re} = \Re_1\Re_2$ также является его оператором рекурсии.

Рассматривается система

$$N^i \equiv f^i(x,t,u(x,t+\lambda\tau),u_k(x,t+\lambda\tau),u_{kj}(x,t+\lambda\tau)) = 0, \tag{3.4}$$

$$i = \overline{1,n},\ (x,t) \in \Omega \times (t_0,t_1), \quad \Omega \subseteq \mathbb{R}^m,$$

где $\tau > 0$, $x = (x^1,...,x^m)$, $\lambda = -1,0,1$, $u = (u^1,...u^n)$, $f^i\,(i = \overline{1,n})$– заданные функции.

Обозначим

$$x^{m+1} = t, \quad u_k^i = \frac{\partial u^i}{\partial x^k}, \quad u_{kj}^i = \frac{\partial^2 u^i}{\partial x^j \partial x^k} \quad (k,j = \overline{1,m+1}), \quad N = (N^1,...,N^n).$$

Ищется генератор симметрии вида $G(u) = (g^1,...,g^n)$, где

$$g^i(u) = \psi^i(x,t,u(x,t+\lambda\tau)) - \sum_{k=1}^{m+1} \varphi^k(x,t,u(x,t+\lambda\tau))u_k^i \tag{3.5}$$

$$(i = \overline{1,n}).$$

Получены необходимые и достаточные условия, при которых формула (3.5) определяет генератор симметрии системы (3.4).

В параграфе 3.2 исследуется задача существования вариационного принципа для эволюционной задачи

$$N(u) \equiv \sum_{\lambda=-1}^{1} P_\lambda(t)u_t(t+\lambda\tau)-Q(t,u(t+\lambda\tau))=0, \quad u\in D(N), \quad t\in(t_0,t_1)\subset\mathbb{R}. \quad (3.6)$$

Здесь $P_\lambda(\lambda = -1,0,1)$ - линейные операторы, в общем случае, зависящие от t. Оператор $Q : (t_0,t_1)\times U_1 \to V_1$ - произвольный оператор, вообще говоря, нелинейный; $D(N)$ - область определения оператора $N : D(N)\subseteq U \to V$; $U = C^1([t_0-\tau,t_1+\tau];U_1)$, $V=C([t_0-\tau,t_1+\tau];V_1)$, где U_1, V_1 - действительные линейные нормированные пространства, $U_1\subseteq V_1$.

Зададим область определения оператора N равенством

$$D(N)=\{u\in U: u(t)=\varphi_1(t), \qquad t\in[t_0-\tau,t_0],$$

$$u(t)=\varphi_2(t), \qquad t\in[t_1,t_1+\tau]\},$$

где φ_i, $(i=1,2)$ - заданные элементы из U_1.

Введем билинейную форму

$$\Phi(\cdot,\cdot)\equiv\int_{t_0}^{t_1} <\cdot,\cdot> dt : V\times U\to\mathbb{R}. \qquad (3.7)$$

Теорема 3.2. Пусть $D_t^* = -D_t$ на $D(N'_u)$. Тогда для существования прямой вариационной формулировки уравнения (3.6) на $D(N)$ относительно (3.7), необходимо и достаточно, чтобы $\forall u\in D(N), \forall t\in(t_0,t_1)$ выполнялись следующие условия на $D(N'_u)$:

$$P_\lambda + P_\lambda^*|_{t\to t-\lambda\tau}=0,$$

$$\frac{\partial P_\lambda^*}{\partial t}|_{t\to t-\lambda\tau}+Q'_u-Q'^*_u|_{t\to t-\lambda\tau}=0, \quad \lambda=-1,0,1.$$

Автор благодарит своих научных руководителей В.М. Филиппова и В.М. Савчина за постановки задач и внимание к работе.

Публикации автора по теме диссертации

[1] Колесникова И.А., Михайлова С.Р., Филиппов В.М. Конструктивные построения вариационных множителей В.И.Заплатного для квазилинейных ДУЧП: Тез. докл. XXXII научная конференция факультета физ.-мат. и естест. наук РУДН. - М.: РУДН, 1996. - С. 12 - 13.

[2] Колесникова И.А., Гондо Я., Михайлова С.Р., Филиппов В.М. Конструктивные построения вариационных множителей В.И.Заплатного для некоторых квазилинейных ДУЧП 2-го порядка: Тез. докл. XXXIII научная конференция факультета физ.-мат. и естест. наук РУДН. - М.: РУДН, 1997. - С. 24.

[3] Колесникова И.А., Филиппов В.М. Несуществование вариационных множителей $M = M(x, u, u')$ для параболических ДУЧП: Тез. докл. XXXIV научная конференция факультета физ.-мат. и естест. наук РУДН. - М.: РУДН, 1998. - С. 45 - 46.

[4] Колесникова И.А., Гондо Я., Филиппов В.М. О существовании вариационных множителей для общих линейных ДУЧП второго порядка: Труды международной конференции, посвященной 75-летию члена-корреспондента РАН, профессора Л.Д. Кудрявцева, 1998 г. - М.: РУДН, 1998. - Т.2. - С. 172 - 176.

[5] Колесникова И.А. Савчин В.М. О существовании вариационных принципов для некоторых ДУЧП с отклоняющимися аргументами: Тез. докл. XXXV научная конференция факультета физ.-мат. и естест. наук РУДН. - М.: РУДН, 1999. - С. 16.

[6] Колесникова И.А. Обратная задача вариационного исчисления для ДУЧП 2-го порядка с отклоняющимися аргументами. Труды международной конференции "Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в ВУЗах 1999 г. - М.: РУДН, 1999. - С.341 - 342.

[7] Колесникова И.А. О вариационности некоторых ДУЧП с отклоняющимися аргументами: Межвузовский сборник трудов "Современные качественные исследования динамических систем железнодорожного транспорта". - М.:РГОТУПС, 2000. - С. 53 - 57.

[8] Колесникова И.А. Об операторе рекурсии для ДУЧП с отклоняющимися аргументами: Тез. докл. XXXVII всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания естественнонаучных дисциплин. - М.: РУДН, 2001. - С. 10 - 11.

[9] Колесникова И.А. О вариационности уравнения движения круглой мембраны с отклоняющимся аргументом: Тез. докл. XXXVIII всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания естественнонаучных дисциплин. - М.: РУДН, 2002. - С. 11.

[10] Колесникова И.А. Об условиях потенциальности функционально-дифференциальных уравнений в частных производных // Вестник РУДН, Серия Математика. - 2002. - №9(1). - С. 83 - 91.

[11] Колесникова И.А. Построение вариационного множителя для одного дифференциально-разностного оператора с частными производными: Тез. докл. XXXIX всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания естественнонаучных дисциплин. - М.: РУДН, 2003. - С. 6.

[12] Колесникова И.А. Построение генератора симметрии для одного дифференциально-разностного оператора с частными производными: Тез. докл. XL всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики, химии. - М.: РУДН, 2004. - С. 16.

[13] Колесникова И.А. Об условиях потенциальности дифференциальных уравнений в частных производных с отклоняющимися аргументами // Дифференциальные уравнения. - 2004. - Т.40, №8. - С.1131 - 1132.

[14] Колесникова И.А. Построение генератора симметрии для системы дифференциально- разностных уравнений: Тез. докл. XLII всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии. - М.: РУДН, 2006. - С. 7.

[15] Kolesnikova I.A., Popov A.M., Savchin V.M. On variational formulations for functional differential equations // Journal of Function Spaces and Applications. - 2007. - Vol.5, №1, p. 89-101.

[16] Колесникова И.А. Об условиях потенциальности дифференциально-разностных операторов : Тез. докл. XLIII всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии. - М.: РУДН, 2007. - С. 13.

Колесникова Ирина Анатольевна

"Обратные задачи вариационного исчисления для дифференциально-разностных операторов с частными производными"

Исследуется задача существования решений обратных задач вариационного исчисления для дифференциально-разностных операторов с частными производными.

Получены необходимые и достаточные условия потенциальности таких операторов. Предложены конструктивные приемы построения вариационных множителей. Распространен метод симметрий на дифференциально-разностные уравнения с частными производными.

Kolesnikova Irina

"Inverse problems of the calculus of variations for partial differential difference operators"

The problem of existence of solutions of inverse problems of the calculus of variations for partial differential difference operators is investigated.

Necessary and sufficient conditions for potentiality of such operators are obtained. Methods of construction of variational multiplies are suggested. Symmetries method is extended on differential difference equations with partial derivatives.

Подписано в печать 28.04.08. Формат 60×84/16.
Тираж 100 экз. Усл. печ. л. 0,75. Заказ 422

Типография Издательства РУДН
117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

Колесникова