

Павлов Павел Владимирович

**АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОПИСАНИЙ СЛОЖНЫХ
ОБЪЕКТОВ НА БАЗЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ СУПЕРПОВЕРХНОСТЕЙ,
ИХ ОБРАБОТКА И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ**

Специальность 05.13.01. -
Системный анализ, управление и обработка информации

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург - 2002

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича на кафедре "Инженерная машинная графика"

Научный руководитель -
доктор технических наук, профессор Дегтярев Владимир Михайлович.

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор, Торгашев Валерий Антонович,

кандидат технических наук, Гаврилов Сергей Федорович.

Ведущая организация: ОАО «Завод радиотехнического оборудования».

Защита диссертации состоится 26 декабря 2002 года в 14-00 часов на заседании диссертационного совета К 219.004.01 Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

по адресу: 191065, Санкт-Петербург наб.р. Мойки, 61

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича.

Автореферат разослан 26 ноября 2002 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.т.н., доцент



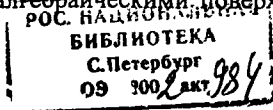
Харитонов В.Х.

2002-A
24577

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время моделирование трехмерных сцен, их визуализация и математический анализ становится невозможным без применения мощной вычислительной техники и современного программного обеспечения. На сегодняшний день компании-разработчики программного и аппаратного обеспечения используют алгоритмы, в которых геометрические трехмерные объекты в сцене моделируются поверхностями, составленными из частей плоскостей (полигонов) - *векторным методом*. При этом любой объект сцены описывается массивом чисел (трехмерных координат точек, ограничивающих часть плоскости). Чем точнее необходимо описать сцену, тем больше необходимо записать координат точек, а это ведет к увеличению размера памяти и числа вычислений для изменения, преобразования и визуализации объекта. Для того чтобы создать модель с плавными кривыми поверхностями необходимо большое число полигонов. На основе этой технологии созданы специальные программные и аппаратные средства, ускоряющие математическую обработку полигонов: оптимизированные для этого центральные процессоры, шины данных и 3D ускорители. При аппроксимации плавных кривых поверхностей происходит резкое увеличение объема вычислений для модели.

Более компактное и точное описание, чем векторное моделирование для плавных кривых поверхностей дает *структурно-аналитический метод*, где кривые поверхности описываются алгебраическими уравнениями, а сложные объекты состоят из частей таких поверхностей. Описание реальных объектов аналитическими моделями является одним из перспективных направлений для исследований и экспериментов. Эти вопросы серьезно исследовали известные русские и зарубежные ученые: В.М., Павлидис, Рвачев В.Л., Полозов В.А., Стародетко Е.А., Горелик А.Г., Цветков В.Д., Дегтярев Т., Безье П. В последнее время аналитическими моделями занимается целая группа аспирантов и инженеров под руководством Дегтярева В.М. Данная работа является частью работ школы, созданной Владимиром Михайловичем Дегтяревым. Структурно-аналитический метод уже реализован с алгебраическими поверхностями 2-го



порядка. С помощью трехмерных поверхностей 2-го порядка (сфера, цилиндр, параболоид, гиперboloид и т.д.) возможно решить определенный круг задач – построение технических объектов. Однако при этом необходимо для сложных поверхностей использовать аппроксимацию поверхностями 2-го порядка.

Использование структурно-аналитического метода с поверхностями выше 2-го порядка ограничивается недостаточностью исследований поверхностей высших порядков. Вместе с тем алгебраические поверхности даже 3-го и 4-го порядка дают огромное многообразие форм всевозможных поверхностей, которыми можно описывать как сложные технические, так и живые объекты природы. Число таких поверхностей составляет более $65 \cdot 10^{12}$.

Следует учитывать, что число коэффициентов алгебраических уравнений, описывающих поверхности, значительно возрастает при увеличении ее порядка.

Таким образом, формируется задача - уменьшение числа коэффициентов общего алгебраического уравнения поверхностей высшего порядка, путем получения приведенного алгебраического уравнения определенного класса.

Все это свидетельствует об актуальности проведения исследования поверхностей высших порядков и алгоритмов построения сцен на их основе, а так же практической реализации использования при моделировании поверхностей высших порядков.

Цель исследования. Общей целью исследования является анализ геометрических описаний сложных объектов на базе алгебраических приведенных уравнений поверхностей высших порядков, методов формирования модели, ее обработки и визуализации, обеспечивающих создание вычислительных систем моделирования пространственных объектов живой природы и техники.

Методы исследований. В диссертационной работе используются различные подходы к формированию и визуализации аналитической машинной модели на базе алгебраических приведенных уравнений высших порядков с целью дальнейшего применения такой модели при решении задач отображения динамических трехмерных сцен в вычислительных комплексах различного назначе-

ния. Для этого был использован аппарат высшей алгебры, дифференциальной геометрии, вычислительной математики, применялись численные методы решения уравнений поверхностей высших порядков, методы проецирования, подготовки и вывода изображений на экран компьютера. Разработанные теоретические положения проверены в рамках эксперимента с использованием вычислительной техники на базе созданного комплекса вычислительных программ для экспериментальных автоматизированных графических систем.

Научная новизна. В работе проводятся исследования аналитических уравнений трехмерных поверхностей с дробными показателями степеней, определяется новый класс поверхностей сложной формы – *суперповерхности*. Выводятся аналитические уравнения трехмерных аналогов некоторых классических плоских кривых.

В работе были сформированы новые методы и программы для расчета и визуализации трехмерных сцен, образованных на базе аналитических выражений суперповерхностей и других поверхностей сложных форм:

- разработаны синусо-косинусоидальный метод описания суперповерхностей 2-го порядка в параметрическом виде и программа для их расчета и визуализации;
- разработаны метод и программа формирования сцен, состоящих из поверхностей 2-го порядка и суперповерхностей, описанных при помощи синусо-косинусоидального метода;
- разработаны метод алгебраического описания суперповерхностей и трехмерных поверхностей аналогов плоских кривых при помощи аналитического уравнения и программа для их расчета и визуализации посредством метода обратной трассировки лучей;
- разработаны методы и программы сопряжения и сшивки разработанных алгебраических поверхностей.

Практическая ценность работы. Полученные уравнения значительно расширяют библиотеку поверхностей для формирования трехмерных сцен при помощи аналитических поверхностей. Методы сопряжения и сшивки поверхно-

стей позволяют более гибко оперировать поверхностями в пространстве и получать необходимые результаты моделирования. Исследуемый алгоритм может быть использован для расчета трехмерных моделей и в качестве графического ядра САПР, как альтернатива векторному математическому описанию. Имеет явные преимущества по объему записи сцены и по ее преобразованиям в пространстве.

Точное полное математическое описание необходимо для компьютерного моделирования таких сложных объектов как живые организмы, объектов техники, например, корпусов и деталей кораблей, самолетов, процессов горения в турбинах и решение различных гидро и аэродинамических задач.

Реализация результатов исследования. Разработанные программы были внедрены в практику разработки и визуализации сложных геометрических объектов при проектировании конструкций электростанций на базе газотурбинных двигателей в инженерном центре департамента турбин Компании «ЭНЕРГО-МАШ (ЮК) Лтд», а также в учебном процессе кафедры «Инженерная машинная графика» Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. В результате практической работы с программами выявлена их эффективность и определены пути их дальнейшего совершенствования.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на заседании секции дома ученых им. М. Горького (РАН) «Начертательная геометрия, графика и автоматизация проектирования»: «Исследование аналитических уравнений поверхностей высшего порядка» - 2000 г., «Создание и преобразование аналитических машинных моделей сложных геометрических поверхностей» - 2001 г., «Сглаживание суперповерхностей 2-го и высшего порядков» - 2002 г.; на заседании кафедры «Инженерная машинная графика» Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций, октябрь, 2002; на заседании НТС ОАО «Завод радиотехнического оборудования», ноябрь, 2002; на 53-ей, 54-ой научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуника-

ций, 2001, 2002 г.г.; на международных конференциях NDTCS, Россия, Санкт-Петербург, 2000, 2001, 2002 г.г. Работа по теме «Создание систем 3D проектирования машиностроительных конструкций с использованием аналитических библиотек моделей, включающих суперповерхности» премирована на конкурсе персональных грантов 2000 года для студентов, аспирантов и молодых ученых, учрежденного Санкт-Петербургским Государственным Университетом.

Основные положения, выносимые на защиту:

- новый класс аналитических поверхностей, описываемых уравнениями с дробными показателями степени - *суперповерхности*;
- синусо-косинусоидальный метод описания суперповерхностей 2-го порядка в параметрическом виде;
- метод формирования машинных моделей сцен, состоящих из суперповерхностей и поверхностей 2-го порядка;
- метод перехода от параметрического представления суперповерхностей к алгебраическому виду;
- алгебраические уравнения трехмерных аналогов плоских кривых на основе их классических уравнений;
- методы сопряжения и шивки разработанных аналитических поверхностей;
- результаты экспериментальных вычислительных экспериментов;
- дальнейшие пути развития исследований в области математических описаний сложных объектов, методов и алгоритмов, реализующих предложенную модель в практических вычислительных системах.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы, включающего 99 наименований. Работа изложена на 151 странице, содержит 71 рисунок, объем приложения составляет 15 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Проводится обоснование актуальности решения проблем формирования и визуализации геометрических аналитических машинных моделей трехмерных сцен и практической значимости выбранного направления исследований. Определяется цель исследования и разработок.

Глава 1. Анализ существующих методов описания объектов в пространстве. Данная глава посвящена исследованию существующих методов моделирования. Здесь приводится описание объектов в пространстве при помощи векторного метода, рассматриваются виды аппроксимации для описания кривых поверхностей. Далее в этой главе рассматриваются поверхности 2-го порядка, виды, их основные свойства и их параметрическое задание. Результаты исследования этого раздела работы использованы при создании алгоритмов и программ в следующих главах.

Глава 2. Метод параметрического описания, формирование сцен на основе суперповерхностей, описанных синусо-косинусоидальной кривой. Здесь описывается параметрическое задание поверхностей. Построение производится при помощи пространственной кривой. Реализуется программа с использованием системы OpenGL на платформе Windows.

В начале главы формируются классические поверхности 2-го порядка. Так сферу можно параметризовать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 - z^2)} \times \sin(80z), \\ y = \sqrt{(r^2 - z^2)} \times \cos(80z), \\ z = -N, \dots, N. \end{cases}$$

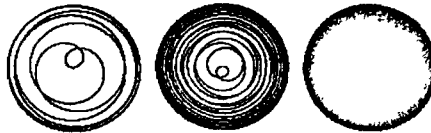


Рис. 1

где r – радиус сферы, N – некоторое значение по оси z которым ограничивается фигура.

Однополостный гиперболоид можно параметризовать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 + z^2)} \times \sin(80z), \\ y = \sqrt{(r^2 + z^2)} \times \cos(80z), \\ z = -N, \dots, N. \end{cases}$$

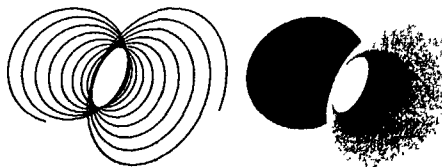


Рис. 2

Аналогично можно описать и другие поверхности 2-го порядка.

Трехмерные модели суперповерхностей получаем на основе классических поверхностей 2-го порядка, путем введения степенного показателя для тригонометрических функций. Так на основе сферы получаем уравнение суперсферы:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 - z^2)} \times \sin^p(z), \\ y = \sqrt{(r^2 - z^2)} \times \cos^p(z), \\ z = -N, \dots, N. \end{cases}$$

В параметрическом уравнении сферы значение степенного показателя p равно единице. При его увеличении фигура начнет сжиматься с четырех сторон. Если же показатель начать уменьшать в диапазоне от 1 до 0, то действие этой «силы» изменит направление на противоположное. На рис. 3 изображены различные варианты суперсферы с показателем p равным 0, 0.5, 1, 2, 3 и 50 соответственно - а, б, в, г, д и е.

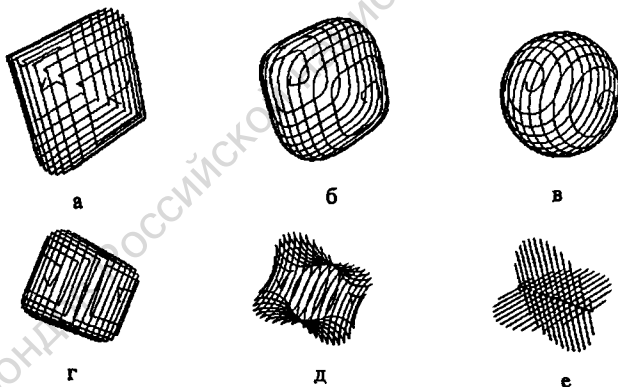


Рис. 3

Машинную модель однополостного супергиперboloида (рис. 4) можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 + z^2)} \times \sin^p(z), \\ y = \sqrt{(r^2 + z^2)} \times \cos^p(z), \\ z = -N, \dots, N. \end{cases}$$

От уравнения суперсферы эта система отличается аналогично описаниям поверхностей 2-го порядка – только множителем перед тригонометрическими функциями, за который в программе отвечает параметр *form*.

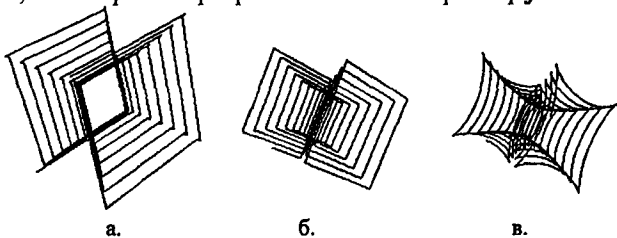


Рис. 4

Аналогично можно описать и другие суперповерхности, сформированные на основе параметрического описания классических поверхностей 2-го порядка.

На следующей стадии исследования появилась необходимость рассмотреть вопрос о шивке поверхностей в комплекс, представляющий модель реального объекта - трехмерную аналитическую модель всей сцены. Рассматриваемые объекты образованы, как и ранее посредством пространственной кривой, описанной системой уравнений с функциями синуса и косинуса.

Ниже показаны два возможных варианта пересечения образующих поверхностей:

- пересечение с плавным переходом между сопрягаемыми поверхностями (без разрыва синусо-косинусоидальной спирали);
- пересечение с резким переходом (с разрывом образующей спирали).

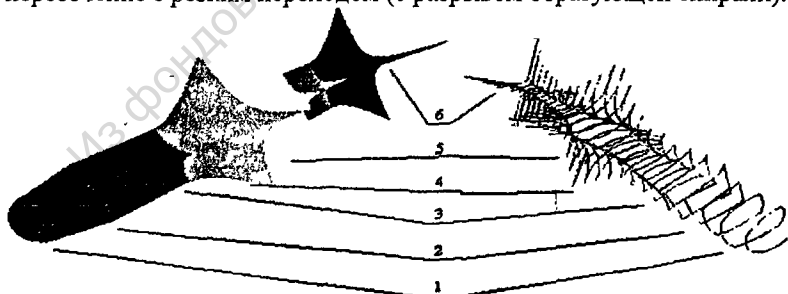


Рис.5

На рис. 5 показана условная модель ракеты в полном виде и в виде проволочного каркаса. Здесь представлены плавно шитые части суперповерхности

стей. Суперсфера (1) гладко сшита с поверхностью суперконуса (2), далее определяется поверхность суперцилиндра (3) и супергиперboloида (4). Следующая часть поверхности это тот же самый супергиперboloид, но в этом случае используется отрицательная часть поверхности (5). Образование модели завершается созданием части поверхности аналога суперцилиндра (3) и супергиперboloида (6), но здесь параметр кривой растяжения-сжатия самый высокий по сравнению с началом построения тела. Алгоритм построения позволяет здесь плавно изменять показатель p (растяжения-сжатия) вдоль направления построения тела.

Преимуществом данного метода является возможность строить при помощи единой пространственной кривой всю поверхность модели, в случае сохранения ее целостности. Это дает возможность достигать высокого качества сшивки составных поверхностей в то же время при простом математическом описании и быстром процессе визуализации в среде Windows под Open GL. Для преобразования такой модели в пространстве обходимо проводить эти операции над каждой точкой модели (как в векторном методе). Таким образом, рассмотренный алгоритм можно считать переходным между векторным и аналитическим методами описания трехмерных объектов.

Глава 3. Метод алгебраического описания, обработка и визуализация сцен на основе аналитических суперповерхностей. Для визуализации алгебраически описанных поверхностей и сцен, составленных на их основе, необходимо разрешить уравнения описывающие сцену. Для уравнений степени выше IV требуется применять численные методы. В начале главы рассматриваются некоторые из этих методов вычисления и в дальнейшем реализуются в программе. По результатам на практике был выбран метод половинного деления. Также здесь рассматривается метод визуализации обратной трассировки лучей.

Далее здесь произведен переход от параметрического описания суперповерхностей к единому алгебраическому уравнению. Библиотека поверхностей при этом описании формируется не из параметрических систем, а из единых алгебраических уравнений.

Так выражение для суперсферы:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 - z^2)} * \sin^5(z) \\ y = \sqrt{(r^2 - z^2)} * \cos^5(z) \\ z = -N \dots N \end{cases}$$



Рис.6

преобразуется к виду:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 5x^{8/5}y^{2/5} + 10x^{6/5}y^{4/5} + 10x^{4/5}y^{6/5} + 5x^{2/5}y^{8/5} = r^2$$

Суперсфера порядка 0,2 будет иметь следующий вид:

$$x^{10} + y^{10} - r^{10} + 4r^8z^2 - 10r^6z^4 + 10r^4z^6 - 4r^2z^8 + z^{10} = 0$$

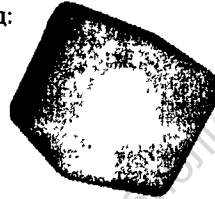
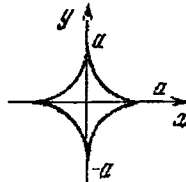


Рис. 7

В результате видно, что суперповерхности представляют собой приведенные поверхности высших порядков. Аналогичным образом формируются алгебраические уравнения других суперповерхностей, образованных на базе поверхностей второго порядка. Таким образом, в этой главе сформированы новые аналитические уравнения для суперповерхностей в алгебраическом виде на базе их параметрического описания.

Из курса аналитической геометрии известен аналог суперповерхностей на плоскости. Эта плоская кривая называется *астроида* и описывается следующим выражением $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ или в параметрическом виде $x = a \cos^3(t)$, $y = a \sin^3(t)$ (рис. 8)



Астроида

Рис. 8

Трехмерный аналог (рис.9):

$$x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = r^{2/3}$$

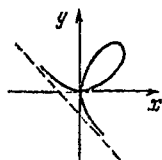


Рис. 9

В данном примере коэффициент степени сжатия p (знаменатель в показателе степени) равен 3.

Аналогично можно получить трехмерные аналоги для некоторых других кривых: Декартов лист:

$$x^3 + y^3 = 3axy$$



Декартов лист

Рис. 10

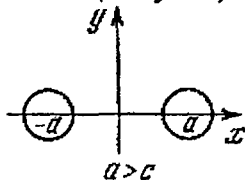
$$x^3 + y^3 - z^3 = 3axy$$



Рис. 11

Овалы Кассини:

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2 = c^4$$

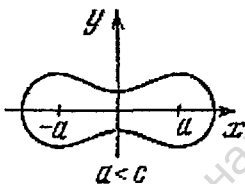


$$a > c$$

Овалы Кассини

Рис. 12

$$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2 = c^4$$



$$a < c$$

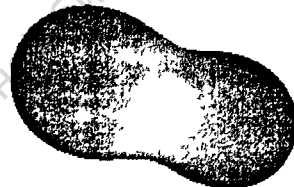


Рис. 13

Далее рассматривается вопрос о составлении полученных поверхностей в единую сцену. Здесь, так же как и в предыдущем методе необходимо рассмотреть варианты с резким и плавным переходом. При сопряжении поверхностей с резким переходом необходимо исходные аналитические уравнения перемножить друг на друга в таком виде, чтобы с правой части исходных выражений был ноль. На рис. 14 показаны три эллипсоида с резким переходом от одной поверхности к другой. Эта модель рассчитывается единым уравнением 6-го порядка:

$$(x^2 + (y+d)^2 + z^2 - r^2)(x^2 + y^2 + z^2 - r^2)(x^2 + (y-d)^2 + z^2 - r^2) = 0$$

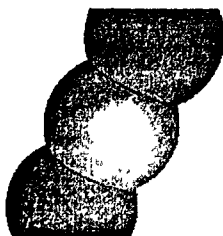


Рис. 14

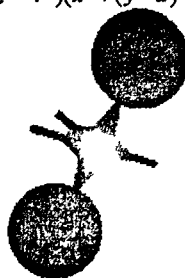


Рис. 15

На примере с суперповерхностями на рис. 15 представлена подобная сцена. Общее аналитическое уравнение будет следующим:

$$(x^2 + (y+d)^2 + z^2 - r^2)(x^{\frac{2}{5}} + y^{\frac{2}{5}} + z^{\frac{2}{5}} - r^2)(x^2 + (y-d)^2 + z^2 - r^2) = 0$$

При сшивке поверхностей с плавным переходом исходные аналитические уравнения необходимо перемножить друг на друга в таком виде, чтобы с правой части исходных выражений оставались постоянные величины. Таким образом, сцена, формируемая из плавно сшиваемых поверхностей, аналогичная показанному на рис. 14, будет выглядеть как показано на рис. 16:



Рис. 16



Рис. 17

Единые аналитические уравнения для приведенных моделей следующие:

$$(x^2 + (y+d)^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + (y-d)^2 + z^2) = r^6 \quad \text{- для рис. 16}$$

$$(x^2 + (y+d)^2 + z^2)(x^{\frac{2}{5}} + y^{\frac{2}{5}} + z^{\frac{2}{5}})(x^2 + (y-d)^2 + z^2) = r^{\frac{22}{5}} \quad \text{- для рис. 17}$$

Таким образом, сочетая в качестве элементарных различные поверхности, в том числе и суперповерхности, а также изменяя их взаиморасположение и вид сопряжения, можно получать большое количество результирующих поверхностей сложной формы высшего порядка как с целочисленными показателями степеней, так и с дробными.

Главе 4. Описание алгоритмов программ. В этой главе приводится подробное описание алгоритмов расчета и визуализаций разработанных методов.

В заключении обобщаются итоги работы, преимущества и недостатки разработанных методов, алгоритмов, намечаются пути дальнейшего развития.

Приложение. Содержит исходный код программ, разработанных автором для эксперимента.

Заключение по результатам проведенных исследований и разработок. В ходе проведенных исследований и разработок получены следующие научные и практические результаты:

- разработан новый класс аналитических поверхностей, описываемых уравнениями с дробными показателями степени - *суперповерхности*;
- разработан синусо-косинусоидальный метод описания суперповерхностей 2-го порядка в параметрическом виде;
- разработан метод формирования машинных моделей сцен, состоящих из суперповерхностей и поверхностей 2-го порядка в параметрическом виде;
- разработаны программы, реализующие формирование и преобразование суперповерхностей в параметрическом виде, создание сцен на их основе;
- осуществлен переход от параметрического представления суперповерхностей к аналитическому виду;
- получены алгебраические уравнения трехмерных аналогов плоских кривых на основе их классических уравнений;
- разработаны методы сопряжения и сшивки разработанных алгебраических поверхностей;
- разработаны программы, реализующие формирование и преобразование сложных поверхностей в алгебраическом виде, создание сцен на их основе с необходимыми сшивками и сопряжениями.

Общие преимущества разработанных алгоритмов на базе структурно-аналитического метода следующие:

- компактная запись моделей за счет перехода от описания объектов массивами данных к описанию единым аналитическим уравнением. Следовательно, при этом меньшее использование памяти и выгодное использование для передачи по сетям данных и хранения;
- повышенная точность описания, отсутствие погрешности формы модели связанной с дискретностью расположения вершин в векторном методе, так как любая точка тела определяется из аналитического уравнения;
- подходит для описания криволинейных поверхностей.

Намечены пути дальнейшего использования и развития полученных результатов исследований и разработок:

- понижение требований алгоритма к вычислительной мощности для расчетов аналитических уравнений при визуализации. Решить данную проблему возможно при использовании параллельного вычисления коэффициентов уравнений;
- исследование и расширение библиотеки аналитических поверхностей.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Павлов П.В. Описание сложных геометрических поверхностей алгебраическими уравнениями 2-го порядка. Труды учебных заведений связи / СПб ГУТ – СПб 1999 № 165.
2. Degtyrev V.M., Pavlov P.V. Computer library of super high degrees surface for 3D simulation. Proceedings of SPAS. Preprints and program NDTCS-2000. St Petersburg, Russia, 2000, SPAS Vol. 4/F.
3. Degtyrev V.M., Pavlov P.V. Coupling of super second order surfaces for computer design of complete jobs. Proceedings of SPAS. Preprints and program NDTCS-2001. St Petersburg, Russia, 2001, SPAS Vol. 5/F6.
4. Павлов П.В. Актуальность использования аналитического описания 3-мерных моделей в пространстве виртуальной реальности. // 53-я НТК профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов.- СПб ГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. 2001 г.
5. Pavlov P.V. The method of transformation of supersurfaces. Proceedings of SPAS. Preprints and program NDTCS-2002. St Petersburg, Russia, 2002, SPAS Vol. 6./F20.
6. Павлов П.В. Сшивка аналитических суперповерхностей 2-го порядка, расположенных в пространстве произвольным образом. // 54-я НТК профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов.- СПб ГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. 2002 г.

Из фондов Российской национальной библиотеки

Из фондов Российской национальной библиотеки

Из фондов Российской национальной библиотеки

24577

2002-A.

24577

Из фондов Российской национальной библиотеки