На правах рукописи

НГУЕН ТАН АН

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СТРАТЕГИИЙ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ НА ОСНОВЕ ТРИАНГУЛЯРНЫХ НОРМ

Специальность 05.13.11

"Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей"

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

МОСКВА 2002

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика» Московского Энергетического Института (Технического Университета)

Научный руководитель: к. ф-м. н., доцент А.Н. Аверкин

Официальные оппоненты: д.т.н., профессор И.Б. Фоминых
к.ф-м.н., доцент А.П. Рыжов

Ведущая организация: Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова
Российской Академии Наук

Защита диссертации состоится "31" мая 2002 г. в 16.00 часов в аудитории Г-306 на заседании диссертационного совета Д.212.157.01 в Московском Энергетическом Институте (Техническом Университете) по адресу: 111 250, Москва, ул. Красноказарменная, д.17.

Отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью, направлять по адресу: 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.14. Ученый Совет МЭИ (ТУ).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского Энергетического Института (Технического Университета).

Автореферат разослан "___" __________ 2002 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д.212.157.01 к.т.н. проф. Ладыгин И.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность Одной из фундаментальных проблем искусственного интеллекта является построение стратегий решения проблем для интеллектуальных систем в сложных недоопределенных проблемных средах. Стратегии решения проблем можно разбить на три типа. Первый тип – это решение проблем в пространства состояний (SS-проблема). Второй тип – это решение проблем в пространстве задач (PR-проблема). Третий – это комплексная стратегия, когда элементарные задачи второго типа сводятся к задачам первого типа (I-проблема). Это значит, что каждая элементарная задача второго типа представляет собой задачу поиска решения в пространстве состояний.

Целью настоящих исследований является создание "мягких" стратегий, отражающих способ решения проблем человеком. Основной трудностью является моделирование человеческого восприятия, обработки и хранения информации. В отличие от детерминированных алгоритмов обработки информации компьютером, человеческое мышление мягко, недерминированно, нечетко по своей природе. Для преодоления этих трудностей, с одной стороны, нужно больше исследовать, как человек обрабатывает информацию и принимает решения, с другой стороны, нужно развивать и применять математические средства и методы в построении приближенных рассуждений для интеллектуальных систем.

В настоящее время направление математики, получившее название «мягких» вычислений, а также основа данной области – теория нечетких множеств быстро развивается и обогащается новыми математическими средствами. Благодаря нечеткому логическому подходу к искусственному интеллекту и методам «мягких» вычислений мы можем создать мягкие интеллектуальные системы. Но в настоящее время ещё нет интеллектуальных систем, полностью моделирующих методы приближенных рассуждений у человека. Поэтому нужно продолжать изучать возможности применения теории нечетких множеств, мягких вычислений и для моделирования способов решения проблем человеком в решателях интеллектуальных систем.

Целью работы является разработка нечеткой стратегии решения проблем на основе триангулярных норм.

Достижение поставленной цели требует решения следующих задач:

- изучение триангулярных норм и их свойств. На основе этих свойств можно конструировать новые Т-нормы и Т-конормы.
- построение моделей нечетких рассуждений на основе триангулярных норм.
- исследование и разработка нечеткой модели SS-проблемы, PR-проблемы, I-проблемы на основе триангулярных норм

Методы исследований Для решения поставленных задач использовались теория нечетких множеств, аппарат триангулярных норм, методы искусственного интеллекта, методы планирования решений.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Исследование Т-норм и Т-конорм и параметрической операции отрицания, определенных на частично-упорядоченных множествах.

2. Построена схема приближенных рассуждений, использующая формальную модель нечеткой логики на основе триангулярных норм.

3. Введены понятия T/S- дерева и T/S-пути в нечеткой стратегии решения проблем.

4. Разработаны модели SS-проблем, PR-проблем, I-проблем на основе триангулярных норм

Практическая ценность и реализация результатов исследования

Результаты исследования

- могут использоваться для построения систем приближенных рассуждений.
- могут использоваться в области построения стратегии планирования поведения интеллектуальных систем (роботов);
- могут быть также использованы для построения нечетких экспертных

систем с мягкой стратегией решения проблем и принятия решения.

Апробация результатов

Результаты исследования докладывались на семинаре отдела интеллектуальных прикладных систем Вычислительного Центра им. А.А Дородницына РАН и на семинаре кафедры «Прикладная математика» Московского Энергетического Института (Технического Университета), а также на следующих симпозиумах и конференциях:

1. Международной научной конференции CONTROL–2000 (26-28 сентября 2000г.) Москва.

2. Четвертого международного СИМПОЗИУМА «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ» (ИНТЕЛ' 2000) Россия, Москва 28 июля – 1 июля 2000 г.

3. Шестой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов, 1-2 марта 2000 г. Москва.

4. Четвертого научного симпозиума, посвященного 5-летию Вьетнамской Научно-технической Ассоциации, 1999 г., Москва.

5. Пятого научного симпозиума Вьетнамской Научно-технической Ассоциации, 2000 г., Москва.

Объем и структура работы Диссертация состоит из введения, 3-х глав, заключения, библиографического списка использованной литературы. Общий объем работы составляет 136 листов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, указаны цель и задачи исследования, определены планируемые результаты работы. Дан краткий обзор литературы по проблеме и смежным с ней областям. Отмечено, что до сих пор такая проблема, как нечеткие комплексные стратегии решения проблем не получила должного освещения в работах российских ученых.

В главе 1 рассмотрены основные определения и результаты теории триангулярных норм

Триангулярные нормы были введены в 1963 г. Швайзизером и Скляром при изучении вероятностных метрических пространств. Они были впервые использованы в теории нечетких множеств Алсимой и Прадом в 1980 г. для обобщения операции пересечения нечетких множеств. Триангулярная норма представляет собой монотонно возрастающую, ассоциативную и коммутативную бинарную операцию. Она так же удовлетворяет некоторым дополнительным граничным условиям. Учитывая их вероятностное происхождение, нисколько не удивительно, что они были определены только на [0,1]. Куман заметил, что перечисленные свойства являются типичными для бинарных операций на [0,1]. Поэтому они могут быть легко обобщены, чтобы описать некоторые классы операций на частично упорядоченных множествах.

Определение 1.1. Бинарная операция T на L называется T-нормой, если она удовлетворяет следующим условиям:

(T1) $T(a,b) = T(b,a)$ (Коммутативность)

(T2) $T(T(a,b),c) = T(a,T(b,c))$ (Ассоциативность)

(T3) $b \le c \Rightarrow T(a,b) \le T(a,c)$ (Монотонность)

(T4) $T(a,1) = a$ (Граничные условия)

Здесь a, b, и c - любые элементы из L.

Определение 1.2. Бинарная операция S на L называется T-конормой (или S-нормой), если она удовлетворяет следующим условиям:

(S1). $S(a,b) = S(b,a)$ (Коммутативность)

(S2). $S(S(a,b),c) = S(a,S(b,c))$ (Ассоциативность)

(S3). $b \le c \Rightarrow S(a,b) \le S(a,c)$ (Монотонность)

(S4). $S(a,0) = a$ (Граничные условия)

Здесь a, b, и c - любые элементы из L

Определение 1.3: Если T является T-нормой, то двойственная к ней T-конорма S задается как:

$S(a,b) = 1 - T(1-a,1-b)$.

Это определение соответствует определению нечеткого отрицания:

$FNOT(x) = 1\text{-}x.$

Определение 1.4: Допустим T есть T-норма. Для натуральных чисел $n \geq 2$, $T_T^n : [0,1]^n \to [0,1]$ определяется следующим образом:

$$T_T^{n+1}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} T(x_1, x_2), & \text{если} \quad n = 1, \\ T(T_T^n(x_1, x_2, \dots, x_n), x_{n+1}) & \text{если} \quad n > 1 \end{cases}$$

и

$$T_T^\infty(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lim_{n \to \infty} T_T^n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Определение 1.5. Если *T* - T-норма, $x \in [0,1]$ и $n \in N$, то мы будем писать

$$x_T^{(n)} = \begin{cases} x, & \text{если} \quad n = 1, \\ T(\overbrace{x, x, .., x}^{n-\text{раз}}), & \text{если} \quad n > 1. \end{cases}$$

Определение 1.11: Предполагается, что T_1 и T_2 - две треугольных нормы на L. Если

$$T_1(a,b) \leq T_2(a,b), \forall a,b \in L,$$

тогда мы говорим, что T_1 более слабая чем T_2 (или T_2 более сильная, чем T_1) и пишем $T_1 \leq T_2$ (или $T_2 \geq T_1$) . Если

$$T_1(a,b) = T_2(a,b), \forall a,b \in L,$$

тогда мы говорим, что T_1 равняется T_2 и пишем $T_1 = T_2$.

Теорема 1.2: Для любой T-нормы T и T-конормы S на L

$$T_w \leq T \leq \wedge \leq \vee \leq S \leq S_w.$$

где
$$T_w(a,b) = \begin{cases} \min(a,b), & \text{если} \ \max(a,b) = 1 \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$S_w(a,b) = \begin{cases} \max(a,b) & \text{если} \ \min(a,b) = 0 \\ 1 & \text{иначе,} \end{cases}$$

(T_w - Самая слабая T-норма и S_w - самая сильная T-корморма).

Если:

1). Нечеткое отрицание определяется как $FNOT(x) = 1\text{-}x$.

2). Для $\forall\ s \in [0, \infty]$

$$T_s(x,y)=\begin{cases}\min(x,y), & \text{если } s=0,\\ xy, & \text{если } s=1,\\ \max(0,x+y-1), & \text{если } s=\infty,\\ \log_s\left(1+\dfrac{(s^x-1)(s^y-1)}{s-1}\right), & \text{иначе}\end{cases}$$

(*Т-норма Франка*)

то: $T_\infty \le T_s \le T_1 \le T_r \le T_0$, $0 < r < 1 < s < \infty$,

и нечеткая логика основана на T_0 называется min-max логикой, нечеткая логика, основаная на T_1, называется логикой произведения, нечеткая логика, основаная на T_∞, называется логикой Лукасевича.

Следующие теоремы представляет метод построения Т-норм на [0,1]

Теорема 1.11 Пусть М. — решетка, которая является изоморфной решетке L, и Ф - изоморфизм L на M, Пусть также T — триангулярная норма на M. Определяем бинарную операцию $T_ф$ на L, следующим образом

$$T_ф(a, b) = Ф^{-1}(T(Ф(a), Ф(b))), \forall a, b \in L$$

Тогда $T_ф$ является также триангулярной нормой. Кроме того, когда T является Т-нормой (Т-конормой), $T_ф$ так же является Т-нормой (Т-конормой)

Рассмотрим некоторые автоморфизмы и построим, согласно этой теореме, соответствующие им Т-нормы

Теорема 1.12 Пусть М.- двойственная к L решетка, L и Ф — бинарное отображение из L в M. Пусть Ф: L → M удовлетворяет свойствам:

$$a < b \Leftrightarrow Ф(a) > Ф(b), \forall a, b \in L$$

Пусть T — триангулярная норма на M, и $T_ф$ бинарная операция на L определенная следующим образом:

$$a T_ф b = Ф^{-1}(T(Ф(a), Ф(b))), \forall a, b \in L$$

Тогда $T_ф$ - также триангулярная норма. Кроме того, когда T - Т-норма (Т-конорма), $T_ф$ - Т-конорм (Т-норма).

Теорема 1.13: Пусть L_1 и L_2 — две решетки, которые содержат по крайней мере два разных элемента, и T_1 и T_2, — триангулярные нормы, определенные на

L_1 и L_2, соответственно. Предположим, что решетка L - прямое произведение решеток L_1 и L_2. Определим бинарное отображение T на L следующим образом:

$$T((a_1, a_2), (b_1, b_2)) = (T_1(a_1,b_1), T_2(a_2,b_2)), \forall (a_1, a_2), (b_1, b_2) \in L$$

Тогда T - T-норма (T-конорма). если T_1 и T_2 - T- нормы (T-конормы).

Здесь T — декартовое произведение T_1 и T_2: $T = T_1 \times T_2$

Теорема 1 18. Пусть $\{(a_i, b_i) \mid i \in I\}$ обозначает класс открытых интервалов в [0,1], и пусть T_i $i \in I$ - T-норма на [0, 1]. Пусть T обозначает бинарную операцию на [0, 1], определенную следующим образом:

$$T(a,b) = \begin{cases} a_i + (b_i - a_i)\left(T\left(\dfrac{a-a_i}{b_i-a_i}, \dfrac{b-a_i}{b_i-a_i}\right)\right) & \text{если } a,b \in (a_i, b_i) \text{ для несколько } i \in I, \\ a \wedge b & \text{иначе} \end{cases}$$

$\forall a,b \in [0,1]$, тогда T - T-норма на [0,1],которая называется порядковой суммой T.

В главе 2 рассматриваются основные понятия нечеткой логики, использующиеся в прикладных интеллектуальных систем.

Определение 2.1: Пусть X – универсальное множество, A – подмножество множества X. A называется нечеткое множество, если и только если

$A = \{(x, \mu_A(x) \mid \mu_A(x): X \to [0,1]\}$

Где $\mu_A(x): X \to [0, 1]$ - функция принадлежности, задающая степень принадлежности элемента x к A.

Основные операции нечеткой логики

Определение 2 2 Пусть V(P) функция, которая определяет истинностное значение для P. Функция FNOT. $[0,1] \to [0,1]$ является не возрастающей и удовлетворяет следующим условиям

(N1). FNOT(0) = 1 и FNOT(1) = 0,

(N2). V(FNOT(P)) зависит только от V(P).

(N3). Если V(FNOT(P)) =1 то V(P) = 0.

(N4). Если V(P) = 0 то V(FNOT(P)) = 1.

(N5). Если $V(P_1) \geq V(P_2)$ то $V(FNOT(P_1)) \leq V(FNOT(P_2))$

является операцией отрицания

Можно добавить несколько других условий:

(N2’). V(FNOT(P)) непрерывно зависит только от V(P).

(N5’). Если $V(P_1) > V(P_2)$ то $V(FNOT(P_1)) < V(FNOT(P_2))$.

(N6). V(FNOT(FNOT(P))) = V(P)

Определение 2.5 Пусть FNOT является функцией отрицания. Дополнение нечёткого множества A является нечётким множеством $A^c(x) = FNOT(A(x))$.

Конъюнкция

Определение 2.6 Назовем V(P) функцией, которая определяет истинностное значение для P. Функция FAND: $[0,1]^2 \to [0,1]$, которая удовлетворяет следующие условия

(C_1). $V(FAND(P_1,P_2))$ зависит только от $V(P_1)$ и $V(P_2)$.

(C_2). Если $V(P_1) = 1$ то $V(FAND(P_1, P_2)) = V(P_2)$ для любого высказывания P_2,

(C_3). $V(FAND(P_1, P_2)) = V(FAND(P_2, P_1))$.

(C_4). Если $V(P_1) \le V(P_2)$, то $V(FAND(P_1,P_3)) \le V(FAND(P_2, P_3))$ для любого высказывания P_3.

(C_5). $V(FAND(P_1, FAND(P_2, P_3)) = V(FAND(FAND(P_1, P_2), P_3))$.

является нечеткой конъюнкцией.

Очевидно, T-нормы являются нечеткими конъюнкциями.

Пересечение двух нечетких множества:

Заданы два нечётких множества A и B на одном универсальном пространстве Ω с соответствующими функциями принадлежности A(a) и B(a). Пусть T есть T-норм.

Определение 2.8: Для T-норм пересечение двух нечетких множеств A и B является нечётким множеством $A \cap_T B$ на Ω с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cap_T B}(a) = T(A(a),B(a)) \text{ для любого } a \in \Omega.$$

Выбор той или иной конъюнкции, то есть одной из T-норм T, зависит от конкретной задачи.

Дизъюнкция

Определение 2.9 Пусть V(P) функция истинности для P. Функция FOR: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$, которая удовлетворяет следующим условиям

(D_1). $V(FOR(P_1,P_2))$ зависит только от $V(P_1)$ и $V(P_2)$.

(D_2). Если $V(P_1) = 0$ то $V(FOR(P_1, P_2)) = V(P_2)$ для $\forall P_2$,

(D_3). $V(FOR(P_1, P_2)) = V(FOR(P_2, P_1))$.

(D_4). Если $V(P_1) \leq V(P_2)$ то $V(FOR(P_1,P_3)) = V(FOR(P_2, P_3))$ для $\forall P_3$.

(D_5). $V(FOR(P_1, FOR(P_2, P_3)) = V(FOR(FOR(P_1, P_2), P_3))$

является нечеткой дизъюнкцией.

Очевидно, T-конормы являются нечеткими дизъюнкциями.

Определение 2.11. Пусть заданы два нечётких множества A и B на одном универсальном пространстве Ω с соответствующими функциями принадлежности A(a), B(a); Допустим S является T-конормой. Дизъюнкция $A \cup_S B$ является нечётким множеством на Ω с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup_S B}(a) = S(A(a), B(a));\ \forall a \in \Omega.$$

Определение 2.12: T является *идемпотентной*, если $T(x,x) = x,\ \forall x \in [0,1]$ и S является идемпотентной, если $S(x,x) = x,\ \forall x \in [0,1]$

Аналогично в нечеткой логике имеется законы *поглощения*:

$$T(S(x,y),x) = x,\ \forall x,y \in [0,1]$$

$$S(T(x,y),x) = x,\ \forall x,y \in [0,1].$$

И в нечеткой логике так же имеются два выражения, определяющие *дистрибутивность*:

$$S(x,T(y,z) = T(s(x,y),S(x,z))\ \text{для любых}\ x,y,z \in [0,1].$$

$$T(x,S(y,z) = S(T(x,y),T(x,z))\ \text{для любых}\ x,y,z \in [0,1].$$

Эти законы выполняются тогда и только тогда, когда $T(x,y) = \min(x,y)$ и $S(x,y) = \max(x,y),\ \forall x,y \in [0,1]$.

Законы Де Моргана (De Morgan)

Законы Де Моргана, аналогичные имеющимся теории обычных множеств, имеет следующий вид: если A и B есть подмножества вазового множества Ω то

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ и $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Ниже указываются расширённые виды этих равенств для нечеткой логики.

Определение 2 13: Если T есть T-норма, S есть T-конорма, N есть функция строгого отрицания. Мы говорим, что тройка (T,S,N) является тройкой Де Морган, если: N(S(x,y)) = T(N(x),N(y)).

Импликация

Определение 2 16: Импликацией является функция I: $[0,1]^2 \to [0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

(I_1). Если $x \le z$ то $I(x,y) \ge I(z,y)$, $\forall$ y [0,1],

(I_2). Если $y \le u$ то $I(x,y) \le I(x,u)$, $\forall$ x [0,1],

(I_3). $I(0,x) = 1$, $\forall$ x [0,1],

(I_4). $I(x,1) = 1$, $\forall$ x [0,1],

(I_5). $I(1,0) = 0$.

Легко видеть, что импликацией является нечеткое отношение на $[0,1]^2$.

В этой главе рассматриваются еще несколько свойств импликаций и конкретные виды импликаций.

В главе 3 рассматриваются комплексная нечеткая стратегия решения проблем.

В этой главе применяются триангулярные нормы для построения нечетких комплексных стратегий решения проблем.

Определение 3.1: Схемой SS-проблемы назовем пару M = (S, G), где S - множество состояний, G - множество отображений S→S, называемых операторами

Определение 3 2 Нечеткой схемой SS-проблемы назовем $\tilde{M} = (\tilde{S}, \tilde{G})$, где $\tilde{S}$ - множество нечетких подмножеств S, (т.е. множество отображений $\mu_s : S \to [0,1]$), а $\tilde{G}$ – множество отображений $\tilde{S} \to \tilde{S}$, определяемых нечеткими матрицами $\tilde{g}$ размером n x n (n - число элементов).

Определение 3 3 Назовем путем P из состояния $s_0 \in S$ в состояние

$s_k \in S$ конечную последовательность $P = ((s_0, g_0), (s_1, g_1), \ldots, (s_{k-1}, g_{k-1}), s_k)$ такую, как $s_i \circ_{TS} g_i = s_{i+1}$, для $i = 0, 1, \ldots, k-1$. Будем говорить, что такой путь имеет длину k ($|p| = k$).

Определение 3.4 TS-путем из распределения $\tilde{s}_0 \in \tilde{S}$ в распределения $\tilde{s}_k \in \tilde{S}$ назовем последовательность $P = ((\tilde{s}_0, \tilde{g}_0), (\tilde{s}_1, \tilde{g}_1), \ldots, (\tilde{s}_k, \tilde{g}_k), \tilde{s}_k)$ такую, как $\tilde{s}_0 \circ_{TS} \tilde{g}_0 = \tilde{s}_1$, $\tilde{s}_1 \circ_{TS} \tilde{g}_1 = \tilde{s}_2$, ..., $\tilde{s}_{k-1} \circ_{TS} \tilde{g}_{k-1} = \tilde{s}_k$.

Преобразование $\tilde{s} \circ_{TS} \tilde{g}$ заключается в Т-конорма, Т-норма композиционном умножении вектор-строки $\tilde{s} \in S$ на матрицу $\tilde{g} \in \tilde{G}$.

Определение 3.5 α-окрестностью нечеткого множества с заданным распределением f называется множество таких распределений g, что $f \circ_{TS} g' \geq \alpha$, где f – вектор-строка, g'- вектор-столбец, $\circ_{TS}$ - Т-конорм - Т-норм композиция нечетких матриц. Нечеткие множества будем называть α-сходными если одно лежит в α-окрестности другого.

Определение 3.6 Модель SS-проблем – это четверка $P = (S, G, i, f)$ где (S, G) – схема SS-проблемы, а $i, f \in S$ – соответственно начальное и заключительное состояние. Путь p, ведущий из i в f, есть решение P, а множество всех подобных путей составляет множество решений.

Определение 3.7. Нечеткая модель SS-проблемы – это четверка $\tilde{P} = (\tilde{S}, \tilde{G}, \tilde{i}, \tilde{f})$, где $(\tilde{S}, \tilde{G})$- нечеткая схема SS-проблемы, $\tilde{i} \in \tilde{S}$- начальное распределение, $\tilde{f} \in \tilde{S}$ -заключительное распределение.

Решением нечеткой проблемы называется путь из $\tilde{i}$ в $\tilde{f}$ α-решением – α-путь из $\tilde{i}$ в $\tilde{f}$.

Таким образом, последовательность распределений задает α-решение, если $\tilde{i} \circ_{TS} \tilde{g} \circ_{TS} \ldots \circ_{TS} \tilde{g}_{k-1} \circ_{TS} \tilde{f} \geq \alpha$.

Определение 3.8 Схемой PR-проблемы назовем пару $N=(\Sigma, \Gamma)$, где Σ - множество задач, Г - множество отображений $\Sigma \rightarrow \Sigma^+$, называемых операторами.

Определение 3.9 Нечеткая схема PR-проблемы – это тройка $N=(\Sigma, \Gamma, \mu_t)$, где Σ - множество проблем, Γ - множество функций из Σ в Σ', называемых операторами, μ_t приписывает каждой функций $\gamma \in \Gamma$ значение из $[0,1]$.

Весом накрывающего пути нечеткой схемы PR-проблемы $N=(\Sigma, \Gamma)$ назовем $\min_{\gamma} \mu_{\gamma}$, где $\gamma \in \Gamma$, и все γ участвуют в образовании накрывающего пути. Накрывающим α-путем для нечеткой схемы PR-проблемы $N=(\Sigma, \Gamma, \mu_t)$ назовем накрывающий путь в подмножество $\Sigma_k \subset \Sigma$ в вышеприведенном смысле с весом α.

Определение 3.10. PR-проблема (проблема сужения проблемы) представляет собой четверку $Z = (\Sigma, \Gamma, P_0, \Phi)$, где

(Σ, Γ) - схема PR-проблемы,

$P_0 \in \Sigma$ - начальная проблема,

$\Phi \in \Sigma$ - множество конечных проблем.

Решение Z представляет собой накрывающий TS-путь (Σ, Γ) из P_0 в $\Phi_x \in \Phi$ и множество решений $x_Z \in Z$ есть множество всех решений Z.

Определение 3.11: Нечеткой PR-проблемой назовем пятерку $Z=(\Sigma, \Gamma, \mu_t, P_0, \Phi)$, где (Σ, Γ, μ_t) - нечеткая схема PR-проблемы, P_0 - начальная проблема, Φ - множество конечных проблем, α-решением Z называется α-путь из P_0 в $\Phi_x \subseteq \Phi$.

Определение 3.12 Импликанта проблемы P есть пара (π, ψ), где $\pi = P_1, P_2, \ldots, P_k$ - цепочка проблем, ψ - отображение из $X_{P_1} \times X_{P_2} \times \ldots \times X_{P_k}$ в X_P (X_{P_i} обозначает множество решений P_i).

Определение 3.13: Импликативная схема есть тройка $\lambda = (P, \pi, \psi)$, такая как PR- проблема и (π, ψ) импликанта P.

Определение 3.14. Множество T импликативных схем называется импликативной сетью.

Определение 3.15. Множество Ω_T проблем по отношению к заданной импликативной сети определяется так:

$$\Omega = \{ x \mid (\exists\lambda)((\lambda = (P, \pi, \psi)) \wedge (x\text{ - символ } \pi)) \}$$

Определение 3.16. Нечеткая I-проблема есть четверка $R = (B, \Gamma, P_0, T)$, где B - множество SS-проблем, (B, Г) нечеткая PR-проблемная схема, $P_0 \in B$ - основная проблема, T - нечеткая импликативная сеть, мажорирующая часть распределе ний на B^+, α-решение R есть решение P_0 SS-проблемы.

Теорема 3.3. Пусть задана нечеткая I-проблема $R = (B, \Gamma, P_0, T)$, если накрывающий α-TS-путь из P_0 на множество $\Phi \subseteq B$ найден, проблемы Φ решены и x частично представляет импликативную сеть, то R α-разрешима.

Пусть задана PR-проблема $Z = (\Sigma, \Gamma, \mu_r, P_0, \Phi)$, где Σ - нечеткое SS-проблемы. Пусть существует простейшее α-решение Z, т.е. существует такое $\pi \in \Sigma^+$, что $\gamma(P_0) = \pi \subset \Phi$, и если $\pi = P_1 \ldots P_n$, то $\mu_\Phi(P_i) \geq \alpha$. Это означает, что все проблемы $P_i = (S_i, G_i, J_i, F_i)$ α-разрешимы. Тогда в соответствии с последним результатом условием для существования α-решения проблемы P_0 является $\mu_\psi(\pi) \geq \mu_r \geq \alpha$ для некоторой импликативной сети. Легко получить некоторое достаточное условие для этого. Пусть для всех i g - α-TS-путь решения проблемы и пусть $F_i = J_{i+1}$. Тогда, если выполняется оценка веса пути

$$\max_{s_n} \mu_s [T(F_n, (T(F_{n-1}, (\ldots(T(F_1, (J \circ_{is} g_1)) \circ_{is} g_2))\ldots) \circ_{is} g_n))] \geq \alpha$$

(где T является T-нормой) и $\bar{g} = g_1 \ldots g_n$, то $\bar{g}$ представляет собой α-решение SS-проблемы P_0, проходящее по α-окрестностям множеств F_i.

В этом случае естественно приписать $\mu_\psi(\pi)$ значения, большие α. Заметим это, поскольку не задана топология, термин окрестность введен только для удобства.

Разумеется, $\bar{g}$ может являться решением P_0 и без выражения для оценки веса пути. Это означает, что траектория решения не проходит по окрестностям некоторых из F_i, и для получения α-решения можно выбрать разбиение P_0 на подпроблемы из подпоследовательности π' в последовательности π. В этом случае, значение, большее α, будет иметь только $\mu_\psi(\pi')$, а не $\mu_\psi(\pi)$

Приведенное соотношение для веса пути, в отличие от выражения

$$J \circ_{TS} g_1 \circ_{TS} \ldots g_n \circ_{TS} F_n \circ_{TS} \geq \alpha$$

может проверяться для каждого i и если соответствующее условие для какого-нибудь i не удовлетворяется, но данная вершина как кандидат на поиск α-решения, должна быть отброшена и значение $\mu_\gamma(\pi)$ должно быть положено меньшим α. Таким образом, в этом случае нечеткость графа PR-проблемы проистекает из нечеткости входящих в объединенный подход SS-проблем.

Упомянутое соотношение, в соответствие с вышесказанным, позволяет оценить достоверность плана, исходя из свойств операторов, входящих в него нечетких ограничений-предусловий на начальные и целевые множества для этих операторов. Но вариант, рассмотренный на рис. 3.4, относится только к случаю, когда все операторы ведут непосредственно к цели, то есть уменьшают различие между начальным и целевым состоянием.

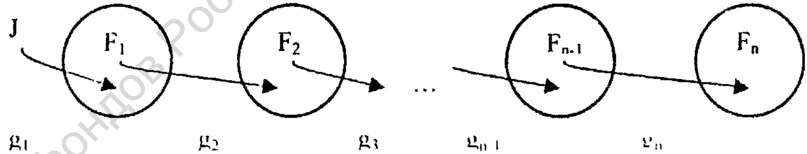

Рис. 3.4 Цепочка нечетких SS-проблем

Различие, которое система уменьшает, в настоящей модели определяется как I-AB', где A и B - начальные и конечные состояния, заданные вектор-строками. Для уменьшения различия выбирается оператор g_i, который применяется к текущему состоянию A, после чего производится сравнение полученного состояния с целевым, определяется новое различие, выбирается оператор g_2 для его уменьшения и так до тех пор, пока различие не станет достаточно маленьким. Надежность такого плана определяется соотношением типа веса пути. В простейшем случае эти операторы находятся перебором. В качестве кандидата на включение в план может рассматриваться любой оператор за исключением тех, которые переводят систему в состояние с функциям принадлежности ниже заданного порога

В настоящей модели к любому состоянию формально применим любой оператор. Но мы будем применять оператор только в том случае, когда выполнены некоторые условия его применимости. Тогда мы должны будем уменьшить различие между текущим состоянием и этим предусловием, например, состоянием A и с предусловием C оператора g с помощью оператора f по тем же правилам. Однако мы на каждом шаге должны проверять, чтобы операторы, удовлетворяющие условиям операторов, ведущих к цели, не портили результатов применения этих операторов, например, сложный оператор $g \circ_{is} f$ был бы не хуже оператора g в смысле уменьшения различия.

Так, если

$\mu\, (T(g(A),(B))) > \alpha$

То должно быть и

$\mu\, [T(T(g^{-1}(B),A),f(A))] > \alpha$

Условием этого будет

$\mu\, [T(T(g^{-1}(B),A),f(A))] > \alpha$

Получим более общие соотношения, связывающие операторы g, ведущие к цели, и операторы f, удовлетворяющие предусловиям Пусть A - начальное, B - конечное состояния, g - оператор, задающий α-решение проблемы, $f_1, f_2, \ldots, f_n$, g - операторы, удовлетворяющие предусловиям так, что f_n удовлетворяет предусловиям g , f_{n-1} – предусловиям f_n, …, f_2 – предусловиям f_1. Нас будут интересовать условия, при которых составной оператор $f_1 \circ_{is} f_2 \circ_{is} f_n \circ_{is} g$ задает α-план, то есть план критичности $\frac{1}{\alpha}$. Пусть S_1, S_2, …, S_n – окрестности предусловий (ключевых множеств) операторов f_2, f_3,…, f_n, . Для f_1 этим предусловием является нечеткое множество А. Тогда

$$\mu\,[T(T(B \circ_{TS} g^{-1}(B),A),(A \circ_{TS} f_1 \circ_{TS} \ldots \circ_{TS} f_n))] \geq \alpha$$

$$\mu\,[T(T(S_n \circ_{TS} f_n^{-1}(S_{n-1}),A), (A \circ_{TS} f_1 \circ_{TS} \ldots \circ_{TS} f_{n-1}))] \geq \alpha$$

…

$$\mu\,[T(T(S_2 \circ_{TS} f_2^{-1}(S_1),A),(A \circ_{TS} f_1))] \geq \alpha$$

Пусть задана PR-проблема $Z=(\Sigma,\Gamma,\mu_t,P_0,\Phi)$, где Σ - нечеткие SS-проблемы. Г заключает в себе отношения сходства. Процедура поиска нечетких комплексных стратегий решения проблем включает следующие шаги:

1. Выбрать отношения сходства для R_1 так, что

$$\mu\,[T(T((S_2 \circ_{TS} R_2^{-1}), A),(A \circ_{TS} R_1))] \geq \alpha$$

2. Выбрать отношения сходства для R_2 так, что

$$\mu\,[T(T(S_3 \circ_{TS} R_3^{-1}),A), (A \circ_{TS} R_1 \circ_{TS} R_2))] \geq \alpha$$

…

n. Выбрать отношения сходства для R_n так, что

$$\mu\,[T(T(B \circ_{TS} g^{-1}(B),A),(A \circ_{TS} R_1 \circ_{TS} \ldots \circ_{TS} R_n))] \geq \alpha$$

Например: Робот самостоятельно ищет TS-накрывающий путь в цель так, чтобы вес этой пути не меньше чем α

1. Из текущего положения, в котором робот находится, ему надо идти по еще не исследованному пути так, чтобы вес TS-накрывающего пути был бы не меньше, чем α.

2. Если все пути, ведущие из этого положения, уже исследованы, надо вернуться на один шаг назад по тому же пути, по которому робот пришел в данную точку.

Численный пример SS-проблемы, PR-проблемы и комплексной стратегии решения проблем для задачи поиска роботом пути в лабиринте приведен в разделе 3.5.

Текст программы, написанный на языке С++, приведен в приложении.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В рамках диссертационной работы получены следующие основные результаты:

1. Исследованы Т-норм и Т-конорм и параметрической операции отрицания, определенных на частично–упорядоченных множествах. Предложены разбиение триангулярых норм на сильные и слабые классы и способ создания новых Т-норм и Т-конорм.

3. Построена схема приближенных рассуждений, использующая формальную модель нечеткой логики на основе триангулярных норм.

3. Предложены понятия T/S- дерева и T/S-пути в нечеткой стратегии решения проблем.

5. Разработаны модели SS-проблем, PR-проблем, I-проблем на основе триангулярных норм. В этих моделях применены T/S- дерево, T/S-путь и отношение сходства.

Список опубликованных работ по теме диссертации:

1. **Аверкин А.Н., Нгуен Тан Ан** Комплексная стратегия нечеткого планирования решения проблем в интеллектуальных системах управления и оценка ее надежности // *Тр международной научной конференции CONTROL - 2000, 26 -28 сентября 2000 г. - Москва - 2000 - С. 96-102*
2. **Аверкин А.Н., Нгуен Т.А.** Нечеткая многокритериальная оценка для комплексной стратегии нечеткого планирования решения проблем // *Тр*

четвертого международного СИМПОЗИУМА «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ» (ИНТЕЛ ' 2000) Россия, Москва 28 июля - 1 юля 2000 г - Москва 2000 - С 159-160

3. **Евстифеев В.В., Нгуен Т.А., Фан В.Т.** Оценки предпочтения вариантов и определение степени единодушия экспертов в задачах принятия решений // *Тр четвертого международного СИМПОЗИУМА «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ» (ИНТЕЛ ' 2000) Россия, Москва 28 июля - 1 юля 2000 г - Москва - 2000 - С. 164-166.*
4. **Нгуен Тан Ан** Организация данных и рассуждение в экспертной системе для нечеткой технической диагностики // *Шестой международной научно-технической конференции для студентов и аспирантов, 1-2 марта 2000 г Том 1 Тез. Докл.- Москва - 2000 - С. 232-233*
5. **Нгуен Тан Ан** Определение уровня утверждения в стратегии поиска решений системы для нечеткой технической диагностики // *Шестой международной научно-технической конференции для студентов и аспирантов, 1-2 марта 2000 г Том 1 Тез Докл - Москва 2000 - С 234-235*
6. **Нгуен Тан Ан** Определение степени единодушия при принятии решений группы // *IV научного симпозиума, посвященного 5-летию Вьетнамской Научно-технической Ассоциации (В РФ) Докл - Москва - 1998 - С 383-389*
7. **Нгуен Тан Ан** Нечеткое рассуждение в решателях статических экспертных системах. // *V научного симпозиум Вьетнамской Научно-технической Ассоциации (В РФ) Докл. - Москва - 2000 - С 314-316*
8. **Нгуен Тан Ан** Нечеткая оценка в эвристическом поиске // *V научного симпозиум Вьетнамской Научно-технической Ассоциации (В РФ) Докл - Москва - 2000 - С. 317-321.*

Зак. 136 Тир. 100 П.л. 1,25
ПЦ МЭИ, Красноказарменная ул., д. 13