Направахрукописи

Сидорякина Валентина Владимировна

Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей при втулочных связях на краю

01.01.02 - дифференциальные уравнения,
01.01.04 - геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математический наук

Ростов-на-Дону
2004

На правах рукописи

Сидорякина Валентина Владимировна

Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей при втулочных связях на краю

01.01.02 - дифференциальные уравнения,

01.01.04 - геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математический наук

Ростов-на-Дону

2004

Работа выполнена на кафедре алгебры и геометрии Таганрогского государственного педагогического института

Научный руководитель: Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор *Фоменко Валентин Трофимович*

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор *Шикин Виктор Евгеньевич;* кандидат физико-математических наук, доцент *Михалкович Станислав Станиславович*

Ведущая организация: Казанский государственный университет

Защита состоится "21" декабря 2004 г. в 16.50 **на** заседании диссертационного совета К 212.208.06 по физико-матемагическим наукам в Ростовском государственном университете по адресу: 344090, Ростов-на-Дону, Зорге, 5, механико-математический факультет РГУ, ауд. 239.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ростовского государственного университета по адресу: Ростов-на Дону, Пушкинская, 148.

Автореферат разослан "16" ноября 2004 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета К 212.208.06,
кандидат физико-математических наук, доцент В.Д. Кряквин

1. Общая характеристика работы

Актуальность темы. Одним из важных разделов дифференциальной геометрии «в целом» является теория бесконечно малых деформаций поверхностей в евклидовом и римановом пространствах. Содержание этой теории составляют различные виды бесконечно малых деформаций, определяемых заданным свойством, связанным с поведением поверхности при ее деформации.

Значительное место в этой теории бесконечно малые изгибания поверхностей, характеризующиеся стационарностью длин кривых на поверхности в начальный момент деформации, а также ареальные, конформные, геодезические и другие виды бесконечно малых деформаций поверхностей.

Бесконечно малые деформации поверхностей, определяемые только нормальными смещениями точек поверхности при ее деформации для поверхностей в римановом пространстве изучены B.Y. Chen and K. Yano и названы нормальными вариациями. Ими установлено, что для нормальных вариаций поверхностей в римановом пространстве имеет место соотношение, рекуррентное относительно вариации $\delta(d\sigma)$ элемента площади $d\sigma$ поверхности:

$$\delta(d\sigma) = 2\lambda H c d\sigma, \qquad (1)$$

где H - средняя кривизна поверхности, c - нормальное смешение точек поверхности при ее деформации, $\lambda = -1$.

Бесконечно малые деформации поверхностей, подчиненные условию (1), называют ареально рекуррентными бесконечно малыми деформациями с коэффициентом рекуррентности λ или AR-деформациями.

В.Ф. Каган рассматривал деформации поверхностей в евклидовом пространстве, определяемые переходом от данной поверхности к эквидистантным ей поверхностям. Эти деформации также в начальный момент порождают AR-деформации поверхности с коэффициентом рекуррентности $\lambda = -1$ и хорошо изучены.

Другой класс рассматриваемых бесконечно малых деформаций поверхностей в евклидовом пространстве составляют бесконечно малые деформации, которые сохраняют в начальный момент деформации поле единичных векторов нормалей вдоль поверхности. Такие деформации называют деформациями с сохранением поточечно сферического (гауссова) образа поверхности.

Для поверхностей в римановом пространстве к настоящему времени нет устоявшегося понятия сферического образа поверхности, поэтому отображения поверхностей, в частности, деформации поверхностей с сохранением сферического образа в римановом пространстве до последнего времени не рассматривались.

В.Т. Фоменко была сформулирована задача о бесконечно малых деформациях поверхностей в римановом пространстве, при которых поле единичных нормальных к поверхности тензоров в начальный момент деформации переносится вдоль траекторий точек поверхности при ее деформации параллельно в смысле Леви-Чивита. Такие деформации называют G-деформациям и.

Бесконечно малые деформации поверхностей в римановом пространстве, которые являются одновременно и AR-деформациями и G-деформациями, В.Т. Фоменко называет ARG-деформациями поверхностей.

Им показано, что поверхности положительной внешней кривизны с краем в римановом пространстве допускают ARG-деформации с достаточно большим произволом. В связи с этим им была поставлена задача нахождения внешних связей, налагаемых на поверхность, которые были бы совместимы с конечным числом линейно независимых ARG-деформаций.

Поведение поверхностей в евклидовом пространстве относительно AG-деформаций, то есть ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности $\lambda = 0$, при некоторых внешних связях кинематического типа (закрепление поверхности вдоль края относительно заданной плоскости и др.) было изучено А.В. Забегловым, О.Н. Бабенко.

Следуя И.Н.Векуа, в настоящей работе для ARG-деформаций в качестве внешней связи рассматривается соотношение вида:

$$R(U^{\alpha}) = h, \tag{2}$$

где U^{α} - тензор деформации поверхности, $R(U^{\alpha})$ - линейный оператор, заданный на краю поверхности, h -заданная функция. Линейный оператор $R(U^{\alpha})$, как правило, задается скалярным произведением, поэтому в настоящей работе условие (2) в римановом пространстве с метрическим тензором $a_{\alpha\beta}$ задается в виде: $R(U^{\alpha}) \equiv a_{\alpha\beta} U^{\alpha} l^{\beta} = h$, где l^{β} - заданное тензорное поле вдоль края поверхности. Выбор таких внешних связей определяется заданием тензорного поля l^{β} вдоль края поверхности.

При исследовании бесконечно малых изгибаний поверхности положительной внешней кривизны И.Н. Векуа введено понятие втулочной связи, налагаемой на поверхность F вдоль края ∂F. Эта связь определяется условием $R(U^{\alpha}) \equiv a_{\alpha\beta} U^{\alpha} l^{\beta} = h$ на ∂F, где l^{β} есть поле единичных тензоров, являющихся вдоль ∂F полем нормалей к некоторой поверхности Σ, содержащей край ∂F. В настоящей работе аналогичным образом определяется понятие втулочной связи при ARG-деформациях.

Внешняя связь (2) называется корректной, если для любой функции h существует единственное поле деформации U^{α}, удовлетворяющее условию (2), при этом малому изменению функции h (в смысле некоторой нормы) соответствует малое изменение поля U^{α}.

ARG-деформации, соответствующие полю деформации $U^{\alpha} \equiv 0$, назовем тождественными.

Внешняя связь (2) называется некорректной, если при $h \not\equiv 0$ поверхность допускает бесконечно малые ARG-деформации лишь при выполнении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функцию h, а при $h \equiv 0$ поверхность допускает конечное число линейно независимых бесконечно малых ARG-деформаций, отличных от тождественной.

Цель работы. Целью настоящей работы является исследование поведения поверхности, подчиненной на краю втулочной связи при ARG-деформациях поверхности, нахождение условий, налагаемых на втулочную связь и коэффициент рекуррентности деформации, при выполнении которых втулочная связь является корректной, а также описание распределения некорректных втулочных связей.

Методы исследования. Исследование рассматриваемых в работе вопросов проводится методами дифференциальной геометрии при систематическом использовании функционального анализа, теорий дифференциальных уравнений с частными производными и интегральных уравнений.

Научная новизна и практическая значимость работы определяется следующими результатами:

1. Установлено, что втулочные связи поверхности вдоль края могут быть описаны в терминах корректности внешних связей относительно бесконечно малых ARG-деформаций рассматриваемых поверхностей;
2. Найдены достаточные условия жесткости поверхности положительной внешней кривизны в евклидовом и римановом пространствах в отношении бесконечно малых ARG-деформаций при заданной втулочной связи вдоль края поверхности;

3. Найдены достаточные условия корректности втулочной связи на краю поверхности положительной внешней кривизны относительно бесконечно малых ARG-деформаций;

4. Выделены однопараметрические с параметром μ, $\mu \in \Re$, семейства втулочных связей, порожденных тензорными полями $l^{\beta}(\mu)$, таких, что каждое из семейств содержит точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений μ_k, причем, при $\mu \neq \mu_k$, поверхность F допускает единственную бесконечно малую ARG-деформацию для любой функции h, при $\mu = \mu_k$ $(k = 1,2,...)$ втулочная связь, порожденная полем $l^{\beta}(\mu_k)$ является некорректной.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы при исследовании бесконечно малых деформаций поверхностей, подчиненных на краю втулочным связям, разработке спецкурсов по дифференциальной геометрии.

Достоверность исследования. Поставленные в диссертации задачи имеют ясный математический смысл, все полученные результаты строго обоснованы.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях и научных семинарах:

- Международная школа-семинар по геометрии и анализу памяти Н.В. Бфимову, п. Абрау-Дюрсо, РГУ, 5-11.09.2002, 5-11.09.2004;
- Международная школа-семинар молодых ученых «Лобачевские чтения - 2002», г. Казань, КГУ, 28.11 -1.12.2002;
- 8 Международная конференция «Математические модели физических процессов и их свойства», г. Таганрог, ТГПИ, 28-29.06.2003;
- 5 Международная конференция по геометрии и топологии памяти А.В. Погорелова, г. Черкассы, ЧГТУ, 8-13.09.2003;
- итоговые научные конференции Таганрогского государственного педагогического института (2002-2004 г.гД руководитель проф. В.Т.Фоменко.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в пяти статьях и двух тезисах докладов.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из оглавления, введения, двух глав и списка литературы из 36 названий, объем работы - 126 страниц.

2. Содержание работы

Перейдем к обзору диссертации по главам.

В первой главе изучаются бесконечно малые ARG-деформации поверхности в трехмерном евклидовом пространстве E^3, совместимые с заданной внешней связью.

Считаем, что рассматриваемые поверхности являются $(m+1)$-связными $(m\geq 0)$, имеют положительную внешнюю кривизну $K\geq k_0>0,\ k_0=const$, и в декартовых координатах *x, y,* г заданы уравнением $z=f(x,y)$, где $(x,y)\in D,\ f\in C^{3\alpha}(\overline{D}),\ 0<\alpha<1,\quad \overline{D}=D+\partial D,\ \partial D$ - граница области $D,\ \partial D\in C^{2\alpha}$.

Первые два параграфа носят предварительный характер и служат главным образом для установления терминологии и обозначений, используемых в работе. Здесь дается описание основных функциональных пространств и перечисляются некоторые факты теории дифференциальных уравнений и систем, необходимые для дальнейшего. Вводятся основные понятия теории бесконечно малых деформаций поверхностей и внешних связей.

В параграфе § 1.3 доказывается

Теорема 1. Пусть $(m+1)$-связная $(m\geq 0)$ поверхность F положительной гауссовой кривизны $K\geq k_0>0,\ k_0=const$, заданная уравнением $\bar r=\{x,y,f(x,y)\},\ (x,y)\in D,\ f\in C^{3\alpha}(D),\ 0<\alpha<1,$ подвергнута бесконечно малым ARG-деформациям с полем смещения $\overline{U}(x,y)$. Тогда всякое поле смещения $\overline{U}(x,y)$ класса $C^1(D)$ принадлежит классу $C^{2\alpha}(D)$, $0<\alpha<1$.

В § 1.4 изучаются бесконечно малые ARG-деформации поверхности при внешних связях на краю. В качестве внешней связи рассматривается внешняя связь обобщенного скольжения поверхности вдоль края.

Пусть вдоль края ∂F поверхности F задано регулярное векторное поле $\bar l,\ |\bar l|\neq 0$. Будем говорить, что поверхность F подчинена вдоль края ∂F условию обобщенного скольжения относительно векторного поля $\bar l$, если поле смещения $\overline{U}$ бесконечно малой ARG-деформации поверхности F удовлетворяет условию

$$(\overline{U},\bar l)=h \text{ на } \partial F, \tag{3}$$

где h -заданная функция.

Пусть вдоль края ∂F задано векторное поле $\bar l(\gamma)=\bar\nu+\gamma\bar n,$, где $\bar\nu$ –

единичный вектор внешней нормали области D в плоскости Oxy, $\bar{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности, γ -заданная функция, $\gamma \in C^{2\alpha}$, $0<\alpha<1$.

Показывается, что $\bar{l}(\gamma)$ всегда можно рассматривать как поле нормалей $\bar{n}_\Sigma$ к втулке Σ вдоль ∂F; поэтому условие обобщенного скольжения (3) может рассматриваться, как условие втулочной связи. Верно и обратное утверждение: любая втулочная связь поверхности F представима в виде (3), где $\bar{l}(\gamma)=\bar{\nu}+\gamma\bar{n}$.

В § 1.5 изучаются вопросы корректности внешней связи (3) в отношении бесконечно малых ARG-деформаций поверхности с коэффициентом рекуррентности λ.

Теорема 2. Пусть односвязная поверхность F положительной гауссовой кривизны $K \ge k_0 > 0,\ k_0 = const$, заданная уравнением $\bar{r}=\{x,y,f(x,y)\}$, $(x,y)\in D$, $f \in C^{1\alpha}(\bar{D})$, $0<\alpha<1$, с краем ∂F класса $C^{2\alpha}$, расположена выпуклостью вниз и подчинена втулочной связи: $(\bar{U},\bar{l}(\gamma))=h$, $\gamma \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $h\in C^{2\alpha}(\partial D)$. Тогда при $\gamma \le 0$ втулочная связь является корректной в классе $C^{2\alpha}(\bar{D})$ в отношении бесконечно малых ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности λ, $\lambda<0$. При сделанных предположениях, всякое поле деформации $\bar{U}$ принадлежит классу $C^{2,\alpha}$ в замкнутой области $\bar{D}$ и имеет место оценка:

$$\left\|\bar{U}_1-\bar{U}_2\right\|_{C^{2\alpha}(\bar{D})} \le C\left\|h_1-h_2\right\|_{C^{2\alpha}(\partial D)},$$

где $\bar{U}_i$ $(i=1,2)$ - поля деформации поверхности F, совместимые с внешней связью $(\bar{U}_i,\bar{l}(\gamma))=h_i$, $C=const$

Замечание. Результат теоремы 2 справедлив для случая $\lambda=0$, $\gamma<0$, то есть для втулочных связей: $(\bar{U},\bar{l}(\gamma))=h$ в отношении бесконечно малых AG-деформаций.

В §1.6 описывается распределение некорректных втулочных связей при бесконечно малых ARG-деформациях.

Рассмотрим семейство втулочных связей, где каждая связь семейства порождена векторным полем из семейства векторных полей: $\bar{l}(\mu\gamma_0)=\bar{\nu}+\mu\gamma_0\bar{n}$, где γ_0- заданная фиксированная функция класса $C^{2\alpha}(\partial D)$, $0<\alpha<1$, μ- числовой параметр, $\mu\in\Re$. Имеет место

Теорема 3 Пусть F - $(m+1)$-связная $(m\geq 0)$ поверхность положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0,\ k_0 = const$, заданная уравнением $\bar{r} = \{x, y, f(x,y)\}$, $(x,y) \in D$, $f \in C^{1\alpha}(\overline{D})$, $0 < \alpha < 1$, с краем ∂F класса $C^{2\alpha}$, расположена выпуклостью вниз и при бесконечно малых ARG-деформациях с коэффициентом рекуррентности λ, $\lambda < 0$ подчинена втулочной связи: $(\overline{U}, \bar{l}(\mu\gamma_0)) = h$, $\gamma_0 \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $h \in C^{2\alpha}(\partial D)$. Тогда, если $\gamma_0 > 0$, то существует точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $0 < \mu_1 \leq \mu_2 \leq ... \leq \mu_k \leq ...,\ \mu_k \to \infty$ при $k \to \infty$, таких что при заданном μ, $\mu \neq \mu_k$, поверхность F допускает единственную бесконечно малую ARG-деформацию класса $C^{1\alpha}(\overline{D})$, $0 < \alpha < 1$ для любой функции h класса $C^{2\alpha}(\partial D)$. Если $\mu = \mu_k$ $(k = 1,2,...)$, то втулочная связь является некорректной, то есть при однородной втулочной связи $(h \equiv 0)$ поверхность является нежесткой и допускает конечное число линейно независимых бесконечно малых ARG-деформаций, отличных от тождественной; при неоднородной втулочной связи $(h \not\equiv 0)$ поверхность допускает бесконечно малые ARG-деформации лишь при выполнении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функцию h.

В §1.7 изучается поведение поверхности при втулочной связи относительно бесконечно малых AG-деформаций $(\lambda=0)$.

Теорема 4. Пусть F - $(m+1)$-связная $(m\geq 0)$ поверхность положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0,\ k_0 = const$, заданная уравнением $\bar{r} = \{x, y, f(x,y)\}$, $(x,y) \in D$, $f \in C^{1\alpha}(\overline{D})$, $0 < \alpha < 1$ с краем ∂F класса $C^{2\alpha}$, расположена выпуклостью вниз и при бесконечно малых AG-деформациях подчинена втулочной связи: $(\overline{U}, \bar{l}(\mu\gamma_0)) = h$, $\gamma_0 \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $h \in C^{2\alpha}(\partial D)$. Тогда, если $\gamma_0 > 0$, то существует точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $-1 < \mu_1 \leq \mu_2 \leq ... \leq \mu_k \leq ...,\ \mu_k \to \infty$ при $k \to \infty$, таких что при заданном μ, $\mu \neq \mu_k$ поверхность F допускает единственную бесконечно малую AG-деформацию класса $C^{1\alpha}(\overline{D})$, $0 < \alpha < 1$ для любой функции h класса $C^{2\alpha}(\partial D)$. Если $\mu = \mu_k$ $(k = 1,2,...)$, то втулочная связь является некорректной, то есть при однородной втулочной связи $(h \equiv 0)$ поверхность является нежесткой и допускает конечное число линейно независимых бесконечно малых AG-деформаций отличных от тождественной; при неоднородной втулочной связи $(h \not\equiv 0)$ поверхность допускает бесконечно малые AG-деформации лишь при выполении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функцию h

Во второй главе изучаются бесконечно малые ARG-деформации поверхностей в конформно евклидовых римановых пространствах при втулочных связях на краю.

Первые три параграфа главы 2 посвящены описанию основных характеристик, связанных с конформно евклидовыми римановыми пространствам и типа L^3 и с поверхностям и F в указанном пространстве.

Рассматривается конформно евклидово риманово пространство R^3, заданное метрикой:

$$ds^2 = E(z)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{4}$$

где $E(z) > 0,\ E(1) = 1,\ E'(z) \neq 0$.

Эти пространства включают пространство Лобачевского для которого $E(z) = \dfrac{1}{z^2},\ z > 0$, поэтому их называем пространствам и типа L^3.

В § 2.4 вводится понятие бесконечно малых ARG-деформаций поверхностей в римановом пространстве R^3 и понятия, связанные с ним (вариация тензорной величины, сферический образ поверхности и др.)

В § 2.5 исследуется регулярность поля смещения U^{τ} бесконечно малой ARG-деформации поверхности F.

Теорема 5. Пусть конформно евклидово пространство типа L^3 с метрикой: $ds^2 = E(z)(dx^2 + dy^2 + dz^2),\ E(z) > 0,\ E(1) = 1,\ E'(z) \neq 0$ удовлетворяет условию: $E(z) \in C^{3\alpha},\ 0 < \alpha < 1$. Далее предполагаем, что $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность F в пространстве т и п L^3, задана уравнением $z = f(x, y),\quad (x, y) \in D,\ f \in C^{3\alpha}(D),\ 0 < \alpha < 1,$ и имеет положительную внешнюю кривизну $K \geq k_0 > 0,\ k_0 = const$. Тогда поле смещения $U^{\tau}(x, y)$ бесконечно малой ARG-деформации принадлежит классу $C^{2\alpha}(D)$.

В § 2.6 вводится в рассмотрение внешняя связь обобщенного скольжения вдоль края ∂F поверхности F в конформно евклидовом пространстве типа L^3.

Пусть вдоль края ∂F поверхности F задано регулярное тензорное поле l^{β}, $a_{\tau\beta} l^{\tau} l^{\beta} \neq 0$. Будем говорить, что поверхность F в конформно евклидовом пространстве типа L^3 подчинена вдоль края ∂F условию обобщенного скольжения относительно тензорного поля l^{β}, если поле смещения U^{τ} бесконечно малой ARG-деформации поверхности F удовлетворяет условию:

$$a_{\tau\beta} U^{\tau} l^{\beta} = h \quad \text{на } \partial F, \qquad (5)$$

где h -заданная функция.

При этом, если $l^{\beta}(\gamma) \equiv n_{\Sigma}^{\beta}$, где n_{Σ}^{β} – тензор единичной нормали к втулке Σ на которой лежит край ∂F поверхности F, то условие обобщенного скольжения (5) вдоль края ∂F является условием втулочной связи.

В § 2.7 найдены условия корректности втулочной связи поверхности вдоль края при бесконечно малых ARG-деформациях.

Теорема 6. Пусть односвязная поверхность F в конформ но евклидовом пространстве типа L^3, положительной внешней кривизны $K \geq k_0 \geq 0$, $k_0 = const$, задана уравнением $z = f(x, y)$, $(x, y) \in D$, $f \in C^{1\alpha}(\overline{D})$, $\partial F \in C^{2\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Тогда втулочная связь: $a_{\tau\beta} U^{\tau} l^{\beta}(\gamma) = h$, $\gamma \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $h \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $0<\alpha<1$, является корректной в классе $C^{2\alpha}(\overline{D})$ в отношении бесконечно малых ARG-деформаций с заданным коэффициентом рекуррентности λ при выполнении следующих требований:

1. Для поверхности F, расположенной выпуклостью вниз:

$$\lambda < \min_{F} \frac{E_{\tau}' \sqrt{1 + p^2 + q^2}^{\,3}}{2E^2 H}, \; \gamma \leq 0;$$

2. Для поверхности F, расположенной выпуклостью вверх:

$$\lambda < \min_{F} \frac{E_{\tau}' \sqrt{1 + p^2 + q^2}^{\,3}}{2E^2 H}, \; \gamma \geq 0.$$

При сделанных предположениях, всякое поле смещения U^{τ} принадлежит классу $C^{2\alpha}$ в замкнутой области $\overline{D}$ и имеет место оценка:

$$\left\| U_1^{\tau} - U_2^{\tau} \right\|_{C^{2,\alpha}(\overline{D})} \leq C \left\| h_1 - h_2 \right\|_{C^{2,\alpha}(\partial D)},$$

где U_i^{τ}, $(i = 1,2)$ - поля смещения поверхности F, совместимые с внешней связью $a_{\tau\beta} U_i^{\tau} l^{\beta}(\gamma) = h_i$, $C=const$.

Некорректные втулочные связи относительно бесконечно малых ARG-деформаций в пространстве типа L^3 изучены в §2.8. Рассматривается семейство втулочных связей, каждая связь семейства порождена тензорным полем $l^{\beta}(\mu\gamma_0) = v^{\beta} + \mu\gamma_0 n^{\beta}$, где γ_0 - заданная фиксированная функция класса $C^{2\alpha}(\partial D)$, $0 < \alpha < 1$, μ – числовой параметр.

Теорема 7. Пусть $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность F в конформно евклидовом пространстве типа L^3, положительной внешней кривизны $K \geq k_0 \geq 0,\ k_0 = const$, задана уравнением $z = f(x, y),\ (x, y) \in D,\ \ f \in C^{1\alpha}(\overline{D})$, $\partial F \in C^{2\alpha},\ 0 < \alpha < 1$. Пусть далее, поверхность F вдоль края ∂F подчинена втулочной связи: $a_{\tau\beta} U^\tau l^\beta (\mu\gamma_0) = h,\ \ \gamma_0 \in C^{2\alpha}(\partial D),\ \ h \in C^{2\alpha}(\partial D),\ \ 0<\alpha<1$, в отношении бесконечно малых ARG-деформаций с заданным коэффициентом рекуррентности λ. Тогда,

1. Для поверхности F, расположенной выпуклостью вниз при $\lambda < \min\limits_{l} \dfrac{E'_z\sqrt{1+p^2+q^2}}{2E^2 H},\ \gamma_0 > 0$, существует точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $0 < \mu_1 \leq \mu_2 \leq \ldots \leq \mu_k \leq \ldots,\ \mu_k \to \infty$ при $k \to \infty$;
2. Для поверхности F, расположенной выпуклостью вверх при $\lambda < \min\limits_{l} \dfrac{E'_z\sqrt{1+p^2+q^2}}{2E^2 H},\ \gamma_0 < 0$, существует точно счетное м ножество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $\ldots \leq \mu_k \leq \ldots \mu_2 \leq \mu_1 < 0,\ \mu_k \to -\infty$ при $k \to \infty$;

таких, что при заданном $\mu,\ \mu \neq \mu_k$ поверхность F для любой функции h класса $C^{2\alpha}(\partial D)$ допускает единственную бесконечно малую ARG-деформацию класса $C^{1\alpha}(\overline{D}),\ 0 < \alpha < 1$. Если $\mu = \mu_k$, то втулочная связь является некорректной, то есть при однородной втулочной связи $(h \equiv 0)$ поверхность F является нежесткой и допускает конечное число линейно независимых бесконечно малых ARG-деформаций, отличных от тождественной; при неоднородной втулочной связи $(h \not\equiv 0)$, поверхность F допускает бесконечно малые ARG-деформаций лишь при выполнении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функцию h.

В §2.9 дается распределение некорректных втулочных связей при бесконечно малых AG-деформациях $(\lambda=0)$ поверхности F в конформно евклидовых пространствах типа L^3. Имеет место

Теорема 8 Пусть $(m+1)$-связная $(m\geq 0)$ поверхность F в конформно евклидовом пространстве типа L^3, положительной внешней кривизны $K \geq k_0 \geq 0,\ k_0 = const$, задана уравнением: $z = f(x,y),\ (x,y) \in D,\ \ f \in C^{1\alpha}(\overline{D})$, $\partial F \in C^{2\alpha},\ 0 < \alpha < 1$. Предполагаем далее, что поверхность F вдоль края ∂F подчинена втулочной связи: $a_{\tau\beta} U^\tau l^\beta (\mu\gamma_0) = h,\ \ \gamma_0 \in C^{2\alpha}(\partial D),\ \ h \in C^{2\alpha}(\partial D)$, $0<\alpha<1$, в отношении бесконечно малых AG-деформаций. Тогда,

1. Для поверхности F, расположенной выпуклостью вниз при $E'(z) > 0$ и

$\gamma_0 > 0$, существует точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $0 < \mu_1 \le \mu_2 \le \ldots \le \mu_k \le \ldots,\ \mu_k \to \infty$ при $k \to \infty$;

2. Для поверхности *F,* расположенной выпуклостью вверх при $E'(z) < 0$ и $\gamma_0 < 0$, существует точно счетное множество $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$, значений $\ldots \le \mu_k \le \ldots \mu_2 \le \mu_1 < 0,\ \mu_k \to -\infty$ при $k \to \infty$;

таких, что при заданном $\mu,\ \mu \ne \mu_k$, поверхность *F* допускает единственную бесконечно малую AG-деформацию класса $C^{1\alpha}(\overline{D}),\ 0 < \alpha < 1$ для любой функции h класса $C^{2\alpha}(\partial D)$. Если $\mu = \mu_k$, то втулочная связь является некорректной, то есть при однородной втулочной связи $(h \equiv 0)$ поверхность *F* является нежесткой и допускает конечное число линейно независимых бесконечно малых AG-деформаций, отличных от тождественной; при неоднородной втулочной связи $(h \not\equiv 0)$ поверхность *F* допускает бесконечно малые AG-деформации лишь при выполнении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функцию *h.*

Автор выражает благодарность своему научному руководителю профессору В.Т. Фоменко за постановку задач, внимательное руководство и помощь при выполнении работы.

Публикации по теме диссертации

[1] Сидорякина В.В. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей положительной кривизны при втулочных связях // Тезисы докладов X Международной конференции "Математика. Экономика. Образование". Ростов-н/Д., 2002. С. 141.

[2] Сидорякина В.В. Уравнения бесконечно малых ARG-деформаций поверхностей положительной кривизны // Сб. науч. тр. VIII Международной конференции "Математические модели физических процессов и их свойства". Таганрог: Изд-во Таганрог, гос. пед. ин-та, 2002. С. 132-136.

[3] Сидорякина В.В. Бесконечно малые ARG-деформации поверхности положительной кривизны при внешней связи обобщенного скольжения // Сб. науч. тр. VIII Международной конференции "Математические модели физических процессов и их свойства". Таганрог: Изд-во Таганрог, гос. пед. ин-та, 2002. С. 136-140.

[4] Сидорякина В.В. О корректности задачи бесконечно малых ARG-деформаций поверхностей с краем // Сб. науч. тр. участников Международной школы-семинара по геометрии и анализу памяти Н.В. Ефимова. Ростов-н/Д., 2002. С. 73-75.

[5] Сидорякина В.В. Уравнения бесконечно малых ARG-деформаций поверхностей в конформно евклидовых пространствах // Сб. науч. тр. "Проблемы нанесения износостойких порошковых покрытий, их прочности и некоторые вопросы физики спекания металлических порошков". Таганрог: Изд-во Таганрог, гос. пед. ин-та, 2003. С. 106-112.

[6] Сидорякина В.В. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей при условии обобщенного скольжения в конформно евклидовых пространствах // Тезисы докладов V Международной конференции по геометрии и топологии памяти А.В.Погорелова. Черкассы: Изд-во ЧГТУ, 2003. С. 133-134.

[7] Сидорякина В.В. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей при условии обобщенного скольжения // Известия высших учебных заведений. Математика. Вып. 11(498). Казань: Изд-во КГУ, 2003. С. 60-66.

[8] Сидорякина В.В. Распределение некорректных втулочных связей при бесконечно малых ARG-деформациях в конформно евклидовых пространствах // Сб. науч. тр. участников Международной школы-семинара по геометрии и анализу памяти Н.В. Ефимова. Ростов-н/Д., 2004. С. 53-55.

Сдано в набор 5.11.04. Подписано в печать 12.11.04

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1. Тираж 100. Заказ № 48

Отпечатано с оригинала-макета в издательско-полиграфическом центре

Таганрогского государственного педагогического института

347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 46